Conservación de Energía

1 La tasa metabólica es el ritmo con que el cuerpo usa energía química para sustentar sus funciones vitales. Experimentalmente se ve que la tasa metabólica media es proporcional al área total superficial del cuerpo. El área superficial de un varón de 1.78 m de altura y 80 kg de peso es de unos 2.0 m^2 mientras que el de una mujer de 1.62 m de altura y 50 kg de peso es 1.5 m^2. Hay un cambio de un 1% en el área superficial por cada 1.2 kg por encima o por debajo de los pesos y de un 1% por cada 7.5 cm por encima o por debajo de las alturas que aquí se señalan. (a) Estime su tasa metabólica media usando la siguiente guía para la actividad física: tasa metabólica de dormir: 40 W/m^2, caminar: 160 W/m^2; actividad física moderada: 175 W/m^2, ejercicio aeróbico moderado: 300 W/m^2. Compararlo con la potencia de una bombilla de 100 W. (b) Exprese su tasa metabólica media en kcal/día (1 kcal =4190 J}. (La kcal/kg es la "caloría alimentaria" usada por los expertos en nutrición) (c) Un valor estimado por los dietistas es que una persona estándar debe comer entre 25-32 kcal/kg para mantener su peso. A partir de los cálculos del apartado (b) estimar si este valor es razonable.

(a) Supongamos que un típico ser humano adulto emplea por día 8 horas en dormir, 2 h en caminar, 8 h en estar sentado, 1 h de ejercicio aeróbico y 5 h haciendo una moderada actividad física. La energía consumida se puede calcular como el producto del área corporal, la tasa metabólica de cada actividad y el tiempo dedicado a ella, y a su vez la suma de todas las energías:

$$E_{act} = AP_{act}\Delta t_{act}$$

$$E_{total} = \left(2\text{m}^2\right)\left(3600\,\text{s/h}\right)\Big(\left(40\text{W/m}^2\right)\left(8\text{h}\right)+\left(160\text{W/m}^2\right)\left(2\text{h}\right)+\left(60\text{W/m}^2\right)\left(8\text{h}\right)+$$

$$+\left(175\text{W/m}^2\right)\left(5\text{h}\right)+\left(300\text{W/m}^2\right)\left(1\text{h}\right)\Big)=16.5\text{MJ/dia}$$

$$\langle P\rangle = \frac{E_{total}}{t_{dia}} = \frac{16.5\text{MJ/dia}}{\left(24\text{h}\right)\left(3600\,\text{s/h}\right)} = 191\text{W/dia} \approx 2P_{bombilla-100W}$$

(b) $E_{total} = \left(16.5\text{MJ/dia}\right)\left(4190\text{kcal/J}\right) = 3940\text{kcal/dia}$

(c) $\dfrac{E_{total}}{M} = \dfrac{3940\text{kcal/dia}}{80\text{kg}} = 49.25\text{kcal/kg/dia}$ que puede ser casi el doble del valor recomendado. La razón está en la media ponderada de tasa metabólica, donde pequeñas variaciones del consumo de energía por actividad así como el tiempo dedicado a ella pueden producir cambios significativos acumulados.

2 Suponga que la tasa máxima a la que su cuerpo puede gastar energía es 250 W. Suponiendo que la conversión de energía química en energía mecánica tiene una eficiencia máxima del 20%, estimar cuánto tiempo tardará en subir cuatro tramos de escalera, con 3.5 m de altura cada uno.

Una persona de 80kg y si la fracción de energía transformada de química a mecánica es f=0.20, tardaría:

$$\left.\begin{aligned} P_m &= fP_q \\ \langle P_m \rangle &= \frac{W_m}{t} = \frac{mgh}{t} \end{aligned}\right\} \Rightarrow t = \frac{mgh}{f\langle P_q \rangle} = \frac{(80\text{kg})(9.8\text{m/s})(4\times 3.5\text{m})}{(0.20)(250\text{W})} = 3.7\text{min}$$

¿Cuánto tardaría en subir las escaleras del Empire State Building (1576 escalones)?

3 Las plantas de producción de energía hidroeléctrica transforman la energía potencial gravitatoria del agua en otras formas más útiles de energía. Para ello hacen pasar un flujo de agua corriente en caída a través de una turbina que genera energía eléctrica. La central de Hoover en el río Colorado tiene una altura de 211 m y genera 4000 millones de kW h por año (1 W h = 3.6 x 10^3 J). ¿Con qué caudal (en l/s) fluye el agua a través de las turbinas para generar esta potencia? La densidad del agua es 1 kg/l. Supóngase que la transformación de la energía potencial del agua en energía eléctrica tiene una eficiencia del 20%.

$$E_{elec} = f\Delta E_g = fmgh$$

$$P_{elec} = \frac{dW_{elec}}{dt} = fgh\frac{dm}{dt} = fg\rho h\frac{dV}{dt}$$

$$\langle P_{elec} \rangle = \frac{E_{elec}}{\Delta t} = fg\rho h\left\langle \frac{dV}{dt} \right\rangle$$

$$\left\langle \frac{dV}{dt} \right\rangle = \frac{E_{elec}}{fg\rho h\Delta t} = \frac{(4\times 10^{12})(3.6\times 10^3)}{(0.20)(9.8)(10^3)(211)(365\times 24\times 3600)} = 1104\text{m}^3/\text{s} \approx 1.1\text{Ml/s}$$

4 En un panel de energía solar la eficiencia máxima de conversión en energía eléctrica es del orden del 12%. Usando el valor conocido de la intensidad solar que llega a la superficie de la Tierra (1.3 kW/m^2), ¿qué área debería cubrirse para suministrar los requerimientos energéticos de Europa (5 x 10^{20} J/año)? Supóngase que el cielo no tiene nubes.

Teniendo en cuenta que la intensidad solar directa total que llega al suelo en un año hay que dividirla por 2 (período diurno):

$$I_{sol} = \frac{E_{sol}}{A} = \frac{E_{elec}}{fA}$$

$$A = \frac{E_{elec}}{f(I_{sol}/2)} = \frac{2(5\times 10^{20})}{(0.12)(1.3\times 10^3)(365)(24)(3600)} = 2.0\times 10^{11}\text{m}^2$$

Lo que equivale al área de un cuadrado de lado 451km.