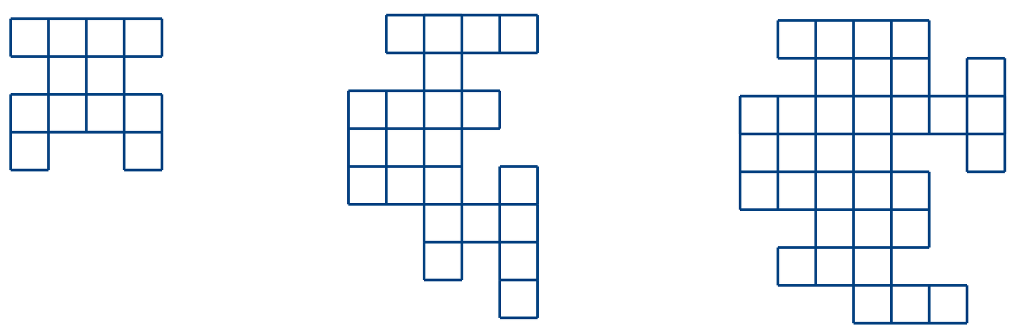
Sobre los mosaicos de Penrose por poliominós*

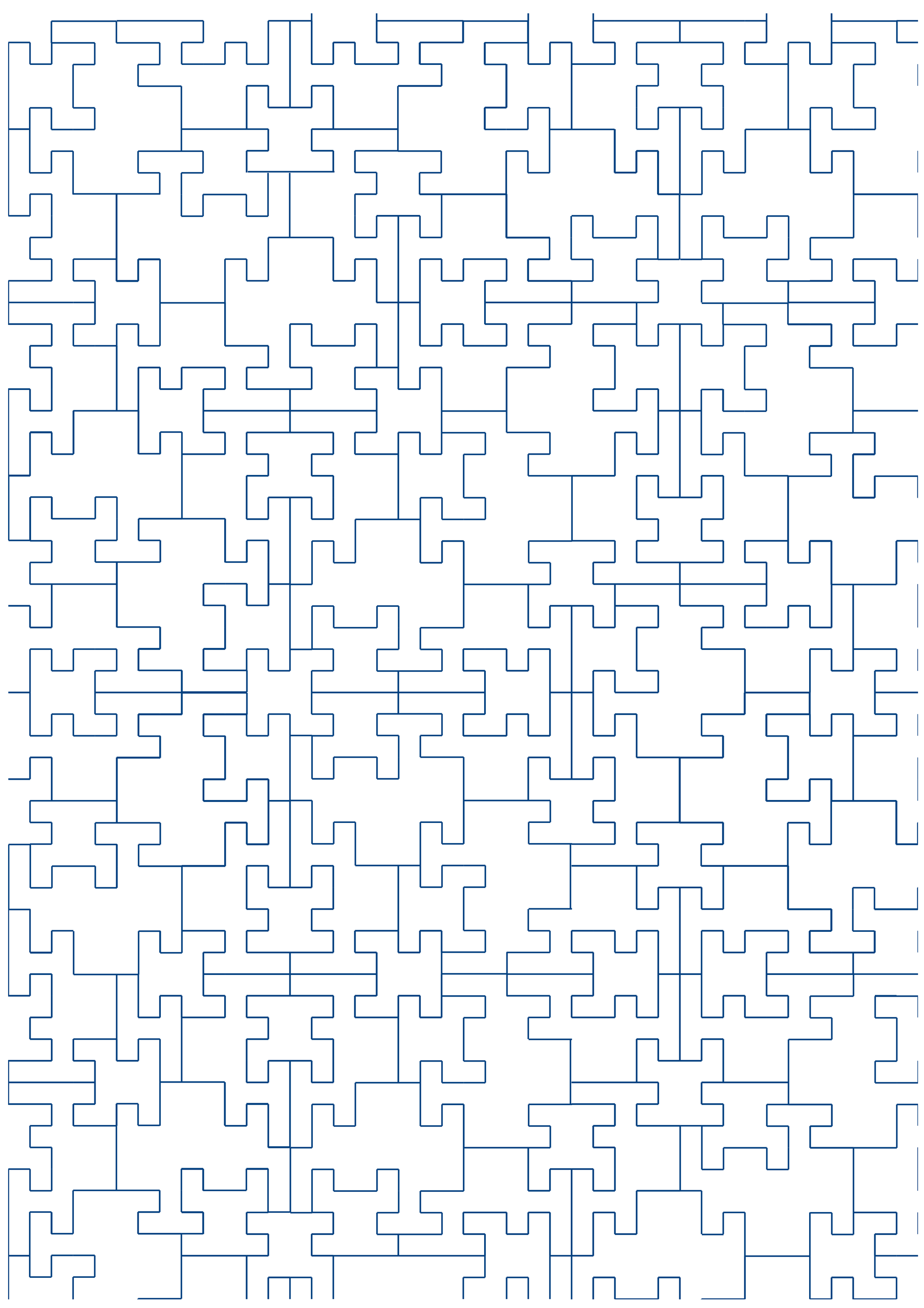
Pablo González Sequeiros
Universidade de Santiago de Compostela
pabloseq@usc.es

Introducción

✓ En [3], R. Penrose introduce un conjunto de tres poliominós ideados a partir de un conjunto aperiódico de teselas descrito por R. Ammann (véase [2]), y que constituyen igualmente un conjunto aperiódico. Su propósito es mostrar que *"existen modelos de universo completamente deterministas, con reglas precisas de evolución, que son imposibles de simular computacionalmente"*. Nuestro objetivo es describir un procedimiento de construcción de todos los mosaicos obtenidos a partir de estos tres poliominós.



Los tres poliominós de Penrose: *A*, *B* y *C*

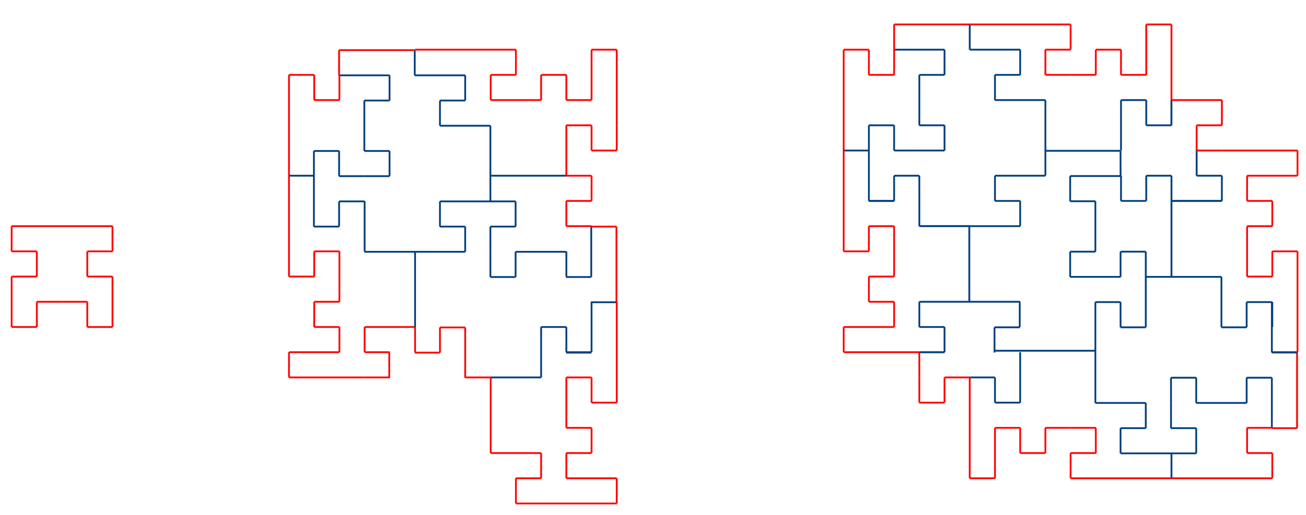


Mosaico de Penrose

Inflación

✓ Si hablamos de tipos de teselas módulo translación tenemos 22, obtenidas a partir de las tres de la figura por medio de reflexiones y giros de 90º, 180º y 270º. Las teselas de tipo A actúan únicamente a modo de *"grapa"*, y son las de tipo B y C las que determinan el mosaico.

✓ Las posibles combinaciones de poliominós de tipo B y C que teselan el plano dan lugar a un conjunto de *teselas infladas*, que conforman junto a las de tipo A un conjunto de prototeselas equivalente al de partida:



Poliominós inflados

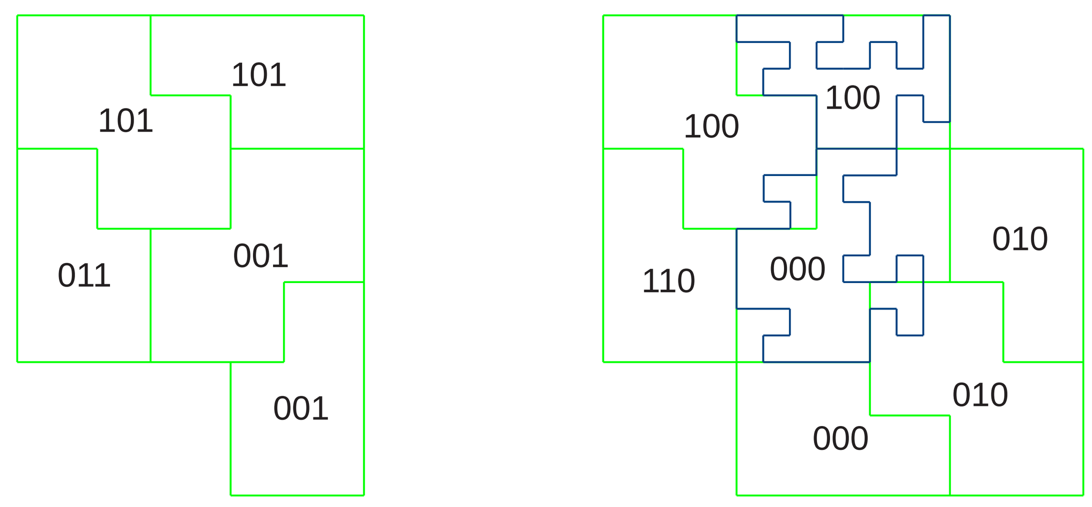
✓ Los poliominós inflados se combinan ahora de manera recurrente.

Codificación

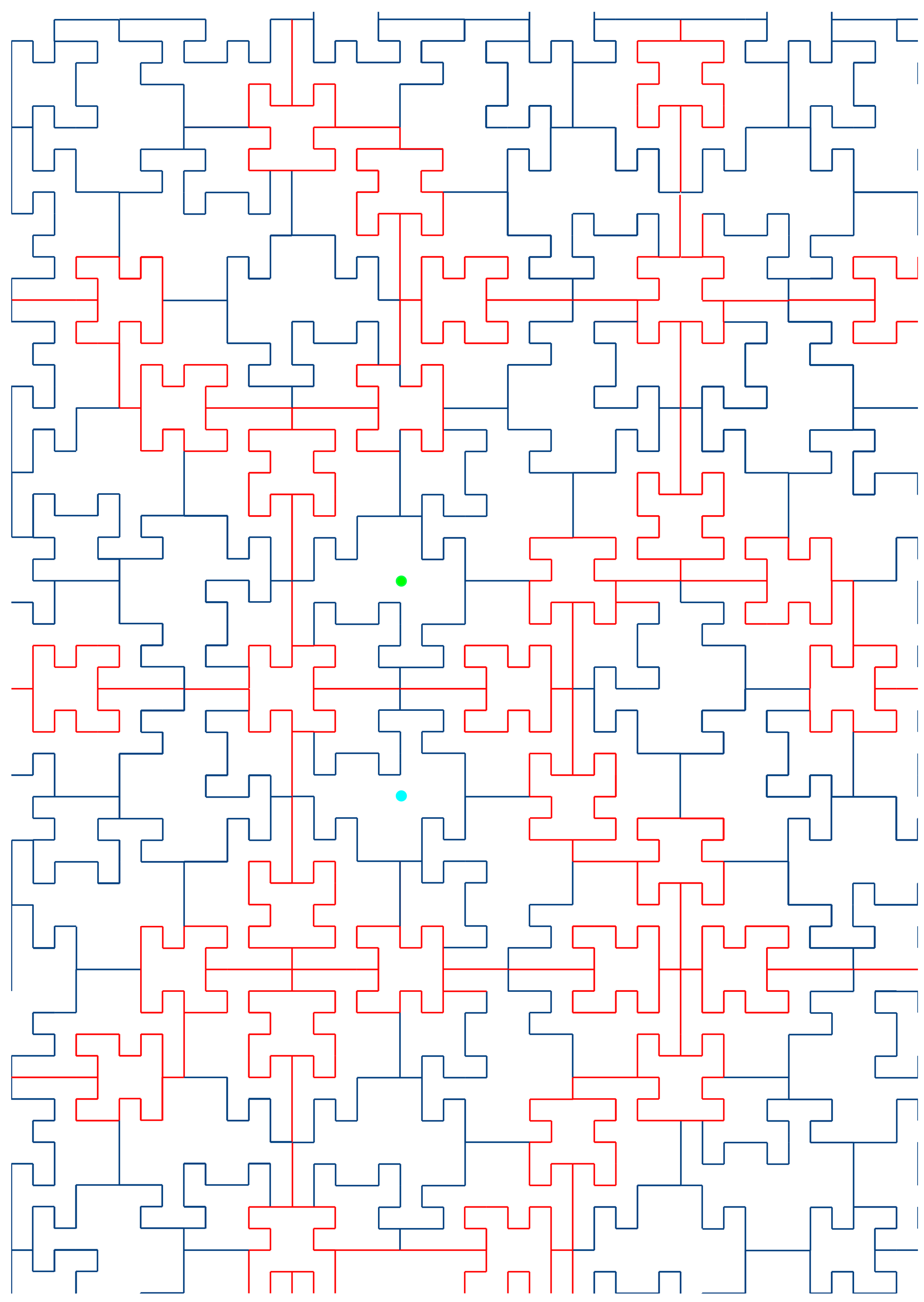
✓ Podemos codificar así cada uno de estos mosaicos del siguiente modo:

▷ Le asociamos 0 o 1 si la tesela que contiene al origen es de tipo C o B.

▷ Indicamos como está incluida cada tesela inflada en la siguinte tesela inflada según este esquema recurrente:



donde el tercer término indica si la siguiente es de tipo C o B, mientras que los otros dos indican la situación respecto a ella de la anterior.



Primeros términos para los mosaicos con origen en los puntos •, •: 0010000, 0101000

✓ De esta manera, podemos parametrizar el *espacio de los mosaicos Penrose por poliominós* por medio de las sucesiones binarias con las siguientes restricciones:

$$x_{3n} = 1 \Rightarrow x_{3n+1}x_{3n+2}x_{3n+3} \neq 111$$

$$x_{3n} = 0 \Rightarrow x_{3n+1}x_{3n+2}x_{3n+3} \neq \begin{cases} 111 \\ 011 \\ 110 \end{cases}$$

✓ Por otra parte, modificar un número finito de términos de la sucesión se traduce en desplazar el origen en el mosaico. Esto permitiría describir la dinámica del espacio de los mosaicos de Penrose por poliominós (en sentido medible) mediante la relación cofinal sobre tal espacio de sucesiones.

Bibliografía

[1] P. González Sequeiros, *A dinámica dos mosaicos euclidianos*, Memoria de DEA. Publicaciones del Departamento de Geometría y Topología de la USC, **111** (2007).

[2] B. Grünbaum and G. C. Shephard, *Tilings and Patterns*. W. H. Freeman & Co., New York, 1987.

[3] R. Penrose, *Las sombras de la mente*. Editorial Crítica, Barcelona, 1996.

*Parcialmente financiado por *Ministerio de Educación y Ciencia MTM2004-08214* y *Consellería de Educación e Ordenación Universitaria da Xunta de Galicia*.