

FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA



Universidad de Granada
Departamento de Electrónica y Tecnología
de Computadores

Ingeniería Informática Examen Febrero 2010

Duración: 3 horas

Responde a cada pregunta en hojas separadas. Indica en cada hoja tu nombre, el número de página y el número de páginas totales que entregas.

Lee detenidamente los enunciados antes de contestar

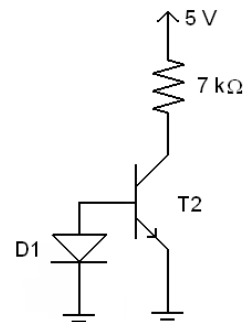
Nombre _____ D.N.I. _____ Grupo _____

1. Razona cuál es la región de funcionamiento en la que opera el diodo D1 y el transistor T2 en el circuito de la derecha: **(1 punto)**

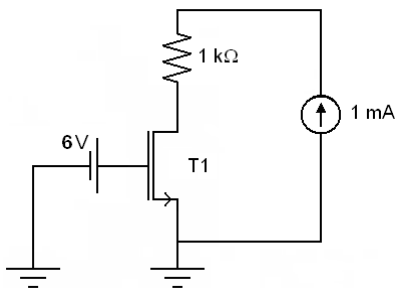
Datos para el diodo (D1): $V_\gamma = 0.6 \text{ V}$

Datos para el BJT: Los que se han dado en clase de teoría.

$$\beta = 300$$



2. Calcula la tensión del drenador del MOSFET del circuito siguiente: **(1.5 puntos)**



Datos para el MOSFET (T1): $V_T = 1 \text{ V}$; $k = 2 \text{ mA/V}^2$

Región lineal u óhmica:

$$I_D = \frac{k}{2} [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

Región de saturación:

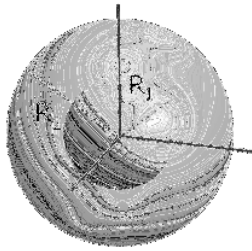
$$I_D = \frac{k}{2} (V_{GS} - V_T)^2$$

3. El potencial creado por dos esferas conductoras concéntricas de radios $R_1=1 \text{ cm}$ y $R_2=2 \text{ cm}$ separadas por el vacío y cargadas con Q y $-Q$ respectivamente es:

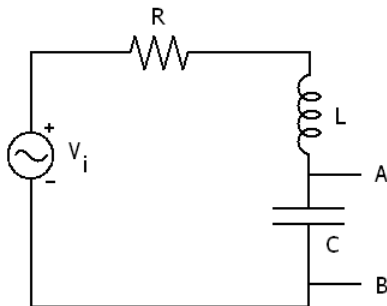
$$V = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}; & r \leq R_1 \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}; & R_1 < r < R_2 \\ 0; & r \geq R_2 \end{cases}$$

- Calcula a partir del mismo el campo eléctrico creado por la estructura en cualquier punto del espacio (ten en cuenta el carácter vectorial del campo).
- Calcula a partir del potencial la capacidad del condensador esférico descrito. **(2 puntos)**

Datos: $\epsilon_0 = 8.84 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$



4. Calcula el equivalente de Thevenin del circuito mostrado entre los puntos A y B.

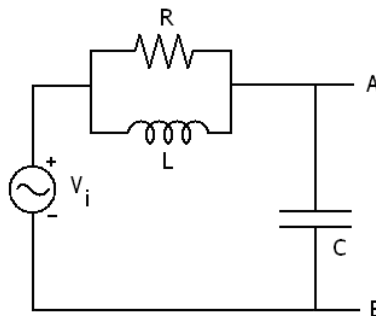


(1.5 puntos)

Datos: $R=1 \text{ k}\Omega$; $L=10 \text{ mH}$; $C=4 \text{ }\mu\text{F}$

$$v_i(t) = 20 \cos(5t) \text{ V}$$

5. Para el circuito de la figura ($R=4 \text{ k}\Omega$; $C=1 \text{ }\mu\text{F}$; $L=4 \text{ H}$)



a) Obtenga la función de transferencia $T(s)=V_o(s)/V_i(s)$. **(1 punto)**

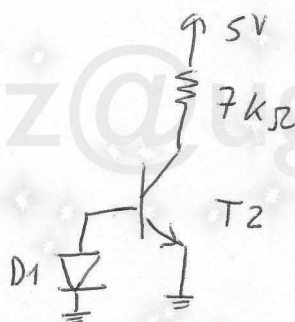
b) Represente el diagrama de Bode en amplitud y fase para dicha función de transferencia. **(2 puntos)**

c) Usando la función de transferencia obtenida, calcule $v_o(t)$ si $v_i(t)=[10\cos(10t)+10\cos(10^4t)] \text{ V}$. **(1 punto)**

1.-

$$\beta = 300$$

$$V_T = 0.6V$$



La única fuente de tensión está conectada al colector. No hay ninguna fuente que suministre una caída de tensión entre la base y el emisor.

El diodo tiene dos estados posibles:

ON \rightarrow la corriente debe salir de la base (activa inversa)
 OFF \rightarrow no hay corriente (corte)

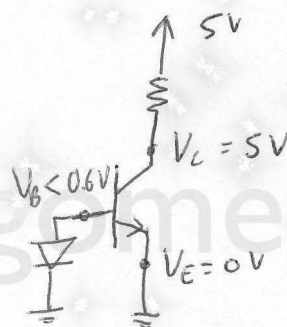
Podemos desear activación directa y saturación, por tanto.

Activa inversa: $V_{BE} < 0.6V \rightarrow V_E = 0 \rightarrow V_B - V_E < 0.6V \rightarrow \underline{V_B < 0.6V}$
 $V_{BC} \approx 0.6V$

Si nos encontramos en activa inversa, la tensión en la base es menor de 0.6V,

Insuficiente para que D1 esté conduciendo.

Solución: corte BJT
 inversa diodo

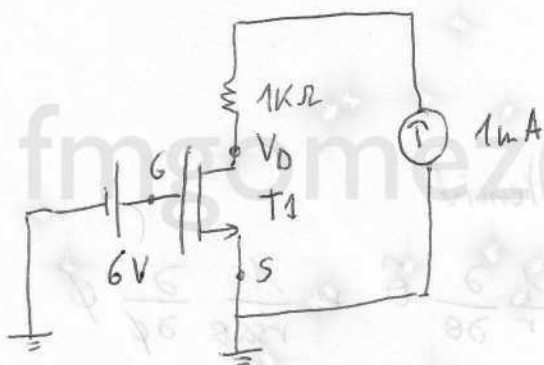


$$V_{BC} = V_B - V_C < -4.4V$$

$$V_{BE} < 0.6V$$

Se cumplen las condiciones

Z.



$$V_T = 1V$$

$$K = 2mA/V^2$$

$$V_S = 0$$

$$V_G = 6V$$

$$V_{GS} = 6V$$

La corriente que circula por el MOSFET es de 1mA, según indica la fuente de corriente. Por tanto, conocemos I_D .

Supongo saturación:

$$I_D = \frac{K}{2} (V_{GS} - V_T)^2 = 25mA \leftarrow \text{No son 1mA}$$

Supongo lineal:

$$I_D = \frac{K}{2} [2(V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS} - V_{DS}^2]$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = V_D$$

Tengo que resolver

$$1 = \frac{2}{2} [2 \cdot 5 \cdot V_D - V_D^2]$$

$$V_D^2 - 10V_D + 1 = 0 ; V_D = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4}}{2} = \begin{matrix} 9.899V \\ 0.101V \end{matrix}$$

De las dos soluciones, una es absurda. En lineal $V_{GS} > V_T \rightarrow 6 > 1$

$$V_{DS} < V_{GS} - V_T \rightarrow 0.101 < 5$$

$$\rightarrow 9.899 < 5$$

No

$$V_D = 0.101V$$

3.-

a) $\vec{E} = -\nabla V$

Hay que aplicar $-\nabla$ al potencial.

En esféricos $\nabla: \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}$

$r \leq R_1$; $\vec{E} = -\nabla V$ Dado que el potencial es constante (no tiene r, θ , ni ϕ), la derivada vale cero

$r \geq R_2$; Por las mismas razones, la derivada es cero.

$R_1 < r < R_2$; En esta región \vec{E} depende de r . No de θ y ϕ .

$$\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial r} \left[\underbrace{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}}_{\text{constante}} \right] \hat{r} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r^2} \right] \hat{r}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & ; r \leq R_1 \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} & ; R_1 < r < R_2 \\ 0 & ; r \geq R_2 \end{cases}$$

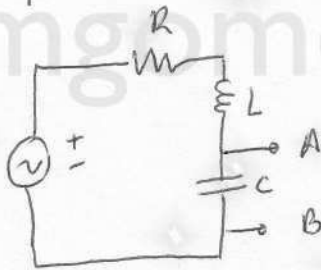
b) La capacidad es $C = \frac{Q}{\Delta V}$. ΔV es la diferencia de potencial entre las placas del condensador: $\Delta V = V(R_1) - V(R_2)$

$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2} - 0}$$

Simplificando

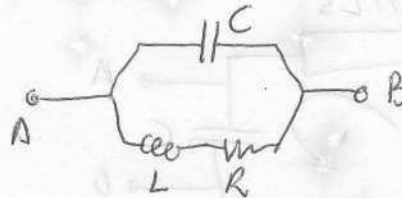
$$C = \frac{1}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R_2}}$$

4.- Equivalente de Thevenin



Impedancia de Thevenin:

- Anulo las fuentes
- Veo la impedancia entre A y B



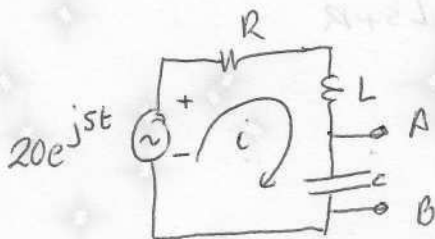
$$Z_{Th}^{-1} = \frac{1}{R+sL} + \frac{1}{1/sC} = \frac{1+sRC+s^2LC}{R+sL}$$

$$Z_{Th} = \frac{R+sL}{1+sRC+s^2LC}$$

Sustituimos valores, dejando s

$$Z_{Th} = \frac{10^3 + 10^4 s}{1 + 0.004s + 0.04s^2}$$

Tensión Thevenin: la caída de tensión entre A y B.



$$20e^{jst} = Ri + Lsi + \frac{1}{Cs}i$$

$$i = \frac{20e^{jst}}{R+Ls+\frac{1}{Cs}}$$

$$U_{AB} = \frac{1}{Cs} \cdot i = \frac{1}{Cs} \cdot \frac{20e^{jst}}{R+Ls+\frac{1}{Cs}} = *$$

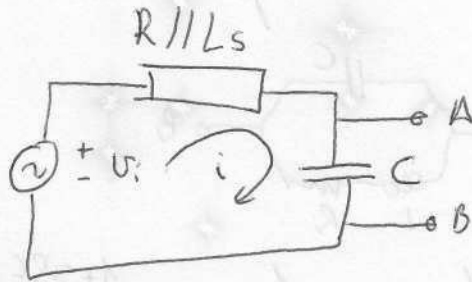
$$* = \frac{20e^{jst}}{RCs + LCs^2 + 1} = \frac{20e^{jst}}{4 \cdot 10^{-3}j\omega + 4 \cdot 10^{-2}(j\omega)^2 + 1}$$

Pasando a forma polar el denominador, y teniendo en cuenta que $\omega = 5 \text{ rad/s}$

$$\frac{20e^{jst}}{2 \cdot 10^{-2}j + j^2 + 1} = \frac{20}{2 \cdot 10^{-2}} \frac{e^{jst}}{e^{j\pi/2}} = 10^3 e^{j(st - \pi/2)}; \quad U_{AB}(t) = 1000 \cos(5t - \pi/2) \text{ V}$$

$$5.- T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

$$V_o(s) = V_A - V_B = \frac{1}{Cs} \cdot i$$



$R \parallel Ls$:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{Ls} = \frac{Ls + R}{RLs}$$

$$Z_{eq} = \frac{RLs}{Ls + R}$$

$$V_o(s) = \frac{1}{Cs} \cdot i + \frac{RLs}{Ls + R} i, \quad i = \frac{V_i(s)}{\frac{1}{Cs} + \frac{RLs}{Ls + R}}$$

$$V_o(s) = \frac{1}{Cs} \cdot \frac{V_i(s)}{\frac{1}{Cs} + \frac{RLs}{Ls + R}} = \frac{V_i(s)}{1 + \frac{RLCs^2}{Ls + R}}$$

$$V_o(s) = \frac{(Ls + R) V_i(s)}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$T(s) = \frac{Ls + R}{RLCs^2 + Ls + R} = \frac{4s + 4 \cdot 10^3}{0.016s^2 + 4s + 4 \cdot 10^3}$$

fmgomez@ugr

b) Factorizo

$$4s + 4 \cdot 10^3 = 0$$

$$s = -10^3$$

$$0.016s^2 + 4s + 4 \cdot 10^3 = 0$$

$$s = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 0.016 \cdot 4 \cdot 10^3}}{2 \cdot 0.016}$$

Soluciones

complejas

No se factoriza

Por tanto

$$T(s) = \frac{4(s + 10^3)}{0.016s^2 + 4s + 4 \cdot 10^3}$$

Ahora hacemos que el término independiente sea como

$$T(s) = \frac{\cancel{4 \cdot 10^3} \left(\frac{s}{10^3} + 1 \right)}{\cancel{4 \cdot 10^3} [4 \cdot 10^{-6} s^2 + 10^{-3} s + 1]}$$

Ahora $s = j\omega$ y calculamos módulo y fase

$$T(\omega) = \frac{1 + \frac{j\omega}{10^3}}{1 - 4 \cdot 10^{-6} \omega^2 + 10^{-3} j\omega}$$

$$|T(\omega)| = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2}}{\sqrt{(1 - 4 \cdot 10^{-6} \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2}}$$

$$\arg T = \arctg\left(\frac{\omega}{10^3}\right) - \arctg\left(\frac{10^{-3} \omega}{1 - 4 \cdot 10^{-6} \omega^2}\right)$$

fmgoomez@ugr

Diagrama de Bode de amplitud

$$20 \log |T| = \underbrace{20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2}}_{(1)} - \underbrace{20 \log \sqrt{1 - 4 \cdot 10^{-6} \omega^2 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2}}_{(2)}$$

① Para $\omega \rightarrow 0$ $20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} \approx 20 \log 1 = 0$

Para $\omega \rightarrow \infty$ $20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} \approx 20 \log \sqrt{\left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} = 20 \log \omega - 20 \log 10^3$

② Para $\omega \rightarrow 0$ $-20 \log \sqrt{(1 - 4 \cdot 10^{-6} \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} \approx -20 \log 1 = 0$

Para $\omega \rightarrow \infty$ $-20 \log \sqrt{(1 - 4 \cdot 10^{-6} \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} \approx -20 \log \sqrt{(4 \cdot 10^{-6} \omega^2)^2} =$

$= -20 \log 4 \cdot 10^{-6} - 40 \log \omega$

Si $-20 \log(4 \cdot 10^{-6}) - 40 \log \omega = 0 \rightarrow \omega = 500 \text{ rad/s}$
punto de corte de la recta con el eje X

Dibujo en otra página

Diagrama de Bode de fase

$$\arg T = \underbrace{\arctan\left(\frac{\omega}{10^3}\right)}_{(1)} - \underbrace{\arctan\left(\frac{10^{-3} \omega}{1 - 4 \cdot 10^{-6} \omega^2}\right)}_{(2)}$$

$$① \quad \text{Para } \omega \rightarrow 0 \quad \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right) \approx 0$$

$$\text{Para } \omega \rightarrow \infty \quad \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right) \approx \pi/2$$

$$\text{Para } \omega = 10^3 \quad \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right) = \pi/4$$

$$② \quad \text{Para } \omega \rightarrow 0 \quad \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3}\omega}{1 - 4 \cdot 10^{-6}\omega^2}\right) \approx 0$$

$$\text{Para } \omega \rightarrow \infty \quad \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3}\omega}{1 - 4 \cdot 10^{-6}\omega^2}\right) \approx \pi$$

(El denominador, que es la parte real, es negativo)

$$\text{Para } \omega \rightarrow 500 \quad \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3}\omega}{1 - 4 \cdot 10^{-6}\omega^2}\right) \approx \operatorname{arctg} \infty = \pi/4$$

Dibujo en otra página

$$c) \quad \text{Si } v_i(t) = 10 \cos(10t) + 10 \cos(10^4 t)$$

→ Para la entrada $10 \cos(10t)$ tenemos $\omega = 10 \text{ rad/s}$, $|v_i| = 10$; $\arg v_i = 10t$

$$|T| = \frac{|v_o|}{|v_i|} \rightarrow |v_o| = \underbrace{|T(\omega=10)|}_{\sqrt{1 + \left(\frac{10}{10^3}\right)^2}} \underbrace{|v_i|}_{10} = 10$$

$$\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{10}{10^3}\right)^2}}{\sqrt{(1 - 4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2)^2 + \left(\frac{10}{10^3}\right)^2}} \approx 1$$

$$\arg |T| = \arg v_o - \arg v_i; \arg v_o = \underbrace{\arg |T|_{\omega=10}}_{\approx 0} + \arg(v_i) \approx 10t$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{10}{10^3}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3} \cdot 10}{1 - 4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2}\right) \approx 0$$

(9)

→ Para la entrada $10 \cos(10^4 t)$ tenemos $\omega = 10^4 \text{ rad/s}$; $|v_i| = 10$; $\arg v_i = 10^4 t$

$$|v_o| = \underbrace{|T(\omega = 10^4)|}_{10} \cdot \underbrace{|v_i|}_{10} = 0.25$$

$$\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{10^4}{10^3}\right)^2}}{\sqrt{\left(1 - 4 \cdot 10^{-6} \cdot (10^4)^2\right)^2 + \left(\frac{10^4}{10^3}\right)^2}} \approx 0.025$$

$$\arg v_o = \arg T + \arg v_i$$

$$\arctg\left(\frac{10^4}{10^3}\right) - \arctg\left[\frac{10^{-3} \cdot 10^4}{1 - 4 \cdot 10^{-6} \cdot (10^4)^2}\right] \approx \pi/2$$

Recopilando los datos:

$$v_o(t) = [10 \cos(10^4 t) + 0.25 \cos(10^4 t + \pi/2)] V$$

