

## FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA



Universidad de Granada  
Departamento de Electrónica y Tecnología  
de Computadores

Ingeniería Informática  
Examen Febrero 2009

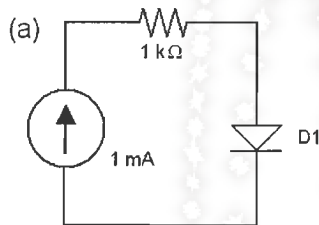
Duración: 3 horas

Responda a cada pregunta en hojas separadas. Indique en cada hoja su nombre, el número de página y el número de páginas totales que entrega.

Lea detenidamente los enunciados antes de contestar

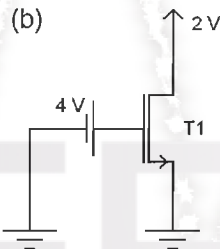
Nombre \_\_\_\_\_ D.N.I. \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

1. Indica razonadamente la región de funcionamiento en la que operan cada uno de los dispositivos electrónicos siguientes: **(1.5 puntos)**



Datos para el diodo (D1):

$$V_\gamma = 0.6 \text{ V}$$



Datos para el MOSFET (T1):

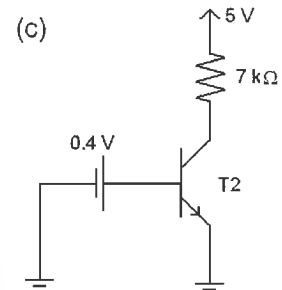
$$V_T = 1 \text{ V}; k = 2 \text{ mA/V}^2$$

Región lineal u óhmica:

$$I_D = \frac{k}{2} [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

Región de saturación:

$$I_D = \frac{k}{2} (V_{GS} - V_T)^2$$



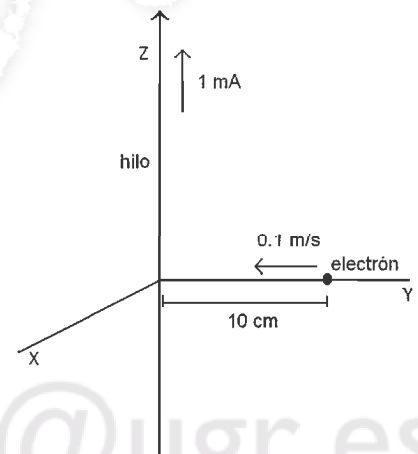
Datos para el BJT: Los que se han dado en clase de teoría.

2. Por un hilo infinito orientado a lo largo del eje Z circula una corriente ascendente de intensidad 1 mA tal y como muestra el dibujo. Sobre el eje Y, y a 10 cm del hilo se encuentra un electrón inicialmente en reposo.

- ¿Cuál será la dirección y sentido de la fuerza que siente el electrón si se le empuja un poco y se le comunica una velocidad de 0.1 m/s tal y como se muestra en el esquema?

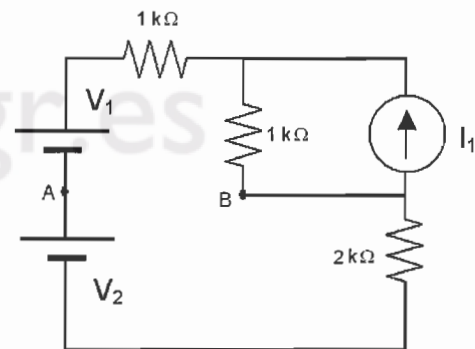
**(0.75 puntos)**

Datos carga del electrón:  $-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;  $\mu_0 = 1.256 \times 10^{-6} \text{ N/A}^2$ ;



3. Calcula el equivalente Thevenin del circuito entre los puntos A y B. **(1.5 puntos)**

Datos:  $I_1 = 1 \text{ mA}$ ;  $V_1 = 1 \text{ V}$ ;  $V_2 = 3 \text{ V}$



4. El campo eléctrico generado por una esfera dieléctrica de radio  $R$  cargada uniformemente con una carga  $Q$  viene dado por la siguiente expresión:

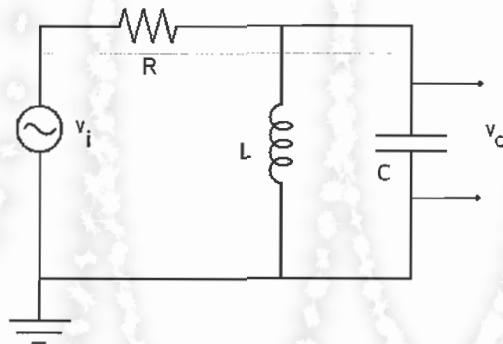
$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{Q \times r}{4\pi\epsilon_0 R^3} \hat{r} & r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} & r > R \end{cases}$$

- Calcula la diferencia de potencial entre la superficie de la esfera y su centro. **(1.25 puntos)**

Datos:  $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N m}^2$ ;  $R = 1 \text{ cm}$ ;  $Q = 10^{-2} \text{ C}$

$$R = 400 \Omega$$

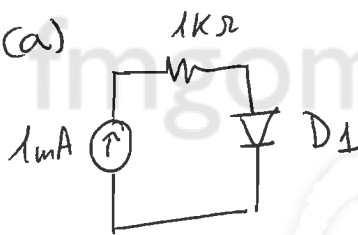
5. Para el circuito de la figura ( $R = 4 \text{ k}\Omega$ ;  $C = 0.5 \mu\text{F}$ ;  $L = 5 \text{ H}$ )



- Obtenga la función de transferencia  $T(s) = V_o(s)/V_i(s)$ . **(1 punto)**
- Represente el diagrama de Bode en amplitud y fase para dicha función de transferencia. **(2 puntos)**
- Usando la función de transferencia obtenida, calcule  $v_o(t)$  si  $v_i(t) = [10\cos(100t) + 10\cos(200t) + 10] \text{ V}$ . **(1 punto)**
- Calcula la potencia disipada por la resistencia cuando la señal de entrada es de  $4\cos(200t) \text{ V}$  **(1 punto)**

Nota:  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$

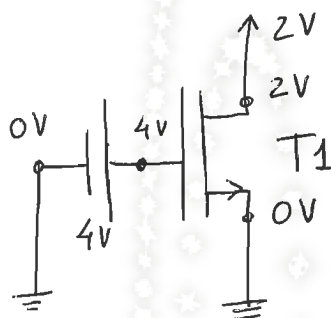
1.- (a)



- El circuito tiene una sola malla
- Hay una fuente de corriente que hace circular 1 mA por la malla

↳ El diodo conduce (hay una corriente de 1 mA que circula por su interior)

(b)



- El circuito muestra la tensión en cada terminal del MOSFET

$$V_G = 4V$$

$$V_D = 2V$$

$$V_S = 0V$$

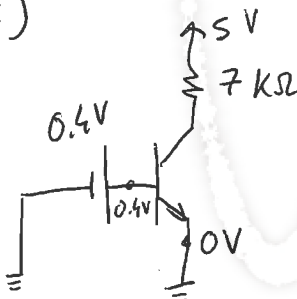
Por tanto  $\begin{cases} V_{GS} = V_G - V_S = 4V \\ V_{DS} = V_D - V_S = 2V \end{cases}$

y sólo queda comprobar

$$V_{GS} > V_T \rightarrow 4 > 1 \rightarrow \text{conduce (lineal o saturación)}$$

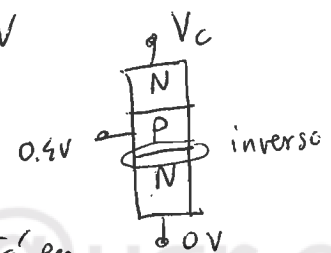
$$V_{DS} < V_{GS} - V_T \rightarrow 2 < 4 - 1 \rightarrow \text{lineal}$$

(c)



- Conocemos  $V_B = 0.4V$  y  $V_E = 0V$

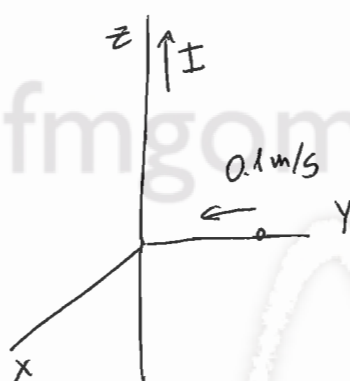
$$V_{BE} = V_B - V_E = 0.4V$$



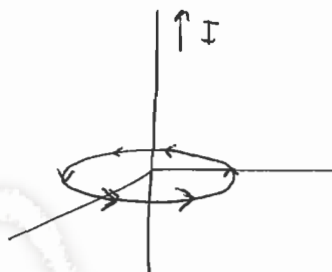
- Dado que la unión BE está en inverso, nos quedan dos opciones: corte (BC inverso) o activa inversa (BC directa)

Si está en corte:  $I_C = 0$  mtd  $V_C = 5V$

$$V_{BC} = 0.4 - 5 = -4.6V \text{ mtd inverso. Está en corte}$$



- Un hilo por el que circula una corriente produce un campo magnético. La orientación del mismo viene dada por la regla de la mano derecha



- En la posición del electrón, el campo magnético apunta en la dirección del eje  $x$ , en el sentido negativo.

$$\vec{B} = -B\hat{i}$$

- La velocidad del electrón tiene dirección  $y$  y sentido negativo.

$$\vec{v} = -v\hat{j}$$

- La fuerza viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = q\vec{v} \times \vec{B}$$

↑  
no hay  $\vec{E}$  en este problema

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -v & 0 \\ -B & 0 & 0 \end{vmatrix} = -Bv\hat{k}$$

$$\vec{F} = -qvB\hat{k}$$

$v$  es el módulo de la velocidad:  $v > 0$

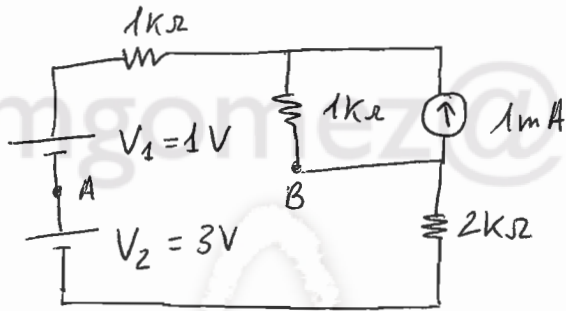
$B$  es el módulo del campo magnético:  $B > 0$

$q$  es la carga del electrón:  $q < 0$

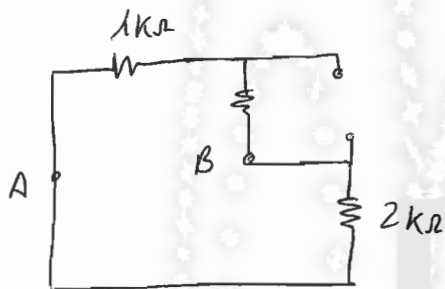
$$G = -qvB > 0$$

$\vec{F} = G\hat{k} \rightarrow$  La fuerza apunta en el eje  $z$ , con sentido positivo

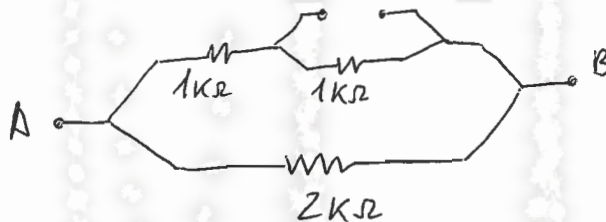
3.-



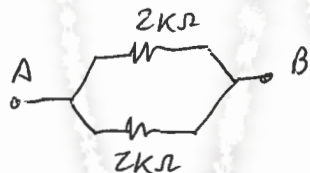
$R_{Th}$ : Anulamos las fuentes



Desdoblamos el circuito

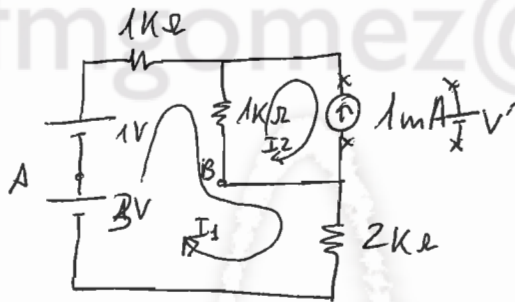


- La rama de arriba son dos resistencias en serie :  $R_{eq} = 1k\Omega + 1k\Omega = 2k\Omega$



- La resistencia Thevenin es  $\frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ;  $R_{Th} = 1k\Omega$

$V_{Th}$ : Resolvemos el circuito



Malla 1

$$1 + 3 = 4I_1 - I_2$$

$$-V' = -I_1 + I_2$$

Malla 2

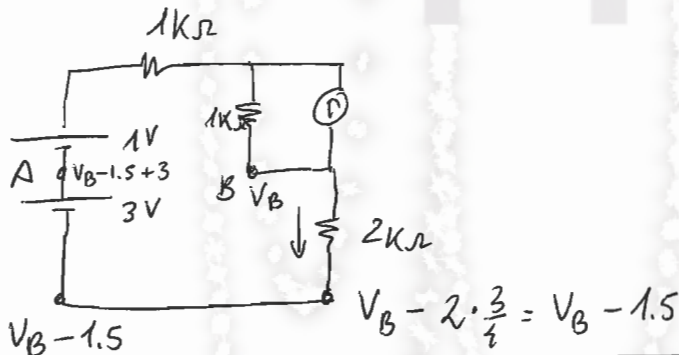
Usamos el dato de la fuente de corriente:  $I_2 = -1 \text{ mA}$

$$4 = 4I_1 + 1, \quad I_1 = \frac{3}{4} \text{ mA}$$

$$-V' = -\frac{3}{4} - 1 = -1.75 \text{ V}$$

$$V' = 1.75 \text{ V}$$

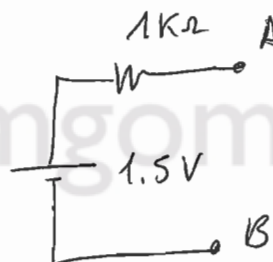
Ahora recorremos el circuito entre A y B



$$V_A = V_B - 1.5 + 3 = V_B + 1.5, \quad V_A - V_B = 1.5 \text{ V}$$


$$V_{Th} = 1.5 \text{ V}$$

Equivalente Thevenin





4.-



$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{Q r}{4\pi\epsilon_0 R^3} \hat{r} & \text{si } r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} & \text{si } r > R \end{cases}$$

Para calcular la diferencia de potencial es necesario calcular el potencial

$$\vec{E} = -\nabla V \quad ; \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{\phi}$$

• El campo  $\vec{E}$  no depende ni de  $\theta$  ni de  $\phi \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \theta} = 0$  ;  $\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0$

si  $r < R$

$$\frac{Q r}{4\pi\epsilon_0 R^3} = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \int dV = \int -\frac{Q r}{4\pi\epsilon_0 R^3} dr$$

$$V = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \frac{r^2}{2} + C_1$$

si  $r > R$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \int dV = \int -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

$$V = +\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + C_2$$

- Hacemos que el potencial valga 0 en  $r \rightarrow \infty$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left[ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + G_2 \right] = \underline{\underline{G_2 = 0}}$$

- Hacemos que el potencial sea continuo. Nos fijamos en  $r=R$

$$V(r=R) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \frac{R^2}{2} + G_1 \quad \text{si usamos la expresión de } r < R$$

$$V(r=R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + G_2 \quad \text{si usamos la expresión de } r > R$$

$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \frac{R^2}{2} + G_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + G_2$$

$$G_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R} = \underline{\underline{\frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 R}}}$$

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} r^2 + \frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 R} & \text{si } r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} & \text{si } r > R \end{cases}$$

Diferencia de potencial:

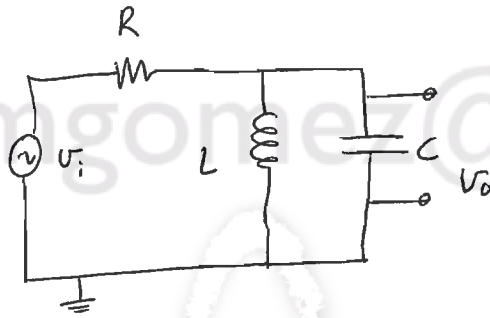
$$V(r=R) - V(r=0) = \frac{2Q}{8\pi\epsilon_0 R} - \frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 R} = -\frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R}$$

$$\Delta V = \frac{-10^{-2}}{8\pi\epsilon_0 \cdot 0.01} = -4.49 \cdot 10^9 \text{ V}$$

(Hay otra forma más fácil de hacerlo)



5-

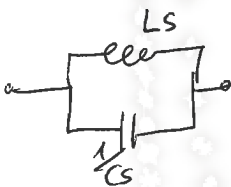


- (a) Para calcular la función de transferencia usaremos que el condensador y la bobina están en paralelo.

Paralelo = misma caída de potencial

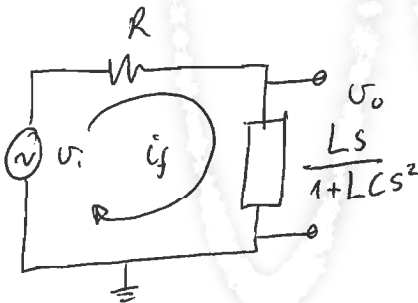
Por tanto,  $v_o$  es la caída de tensión en el condensador y también en la bobina.

$Z_{eq}$ :



$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Ls} + \frac{1}{1/Cs} = \frac{1}{Ls} + Cs = \frac{1+LCs^2}{Ls}$$

$$Z_{eq} = \frac{Ls}{1+LCs^2}$$



$$v_i = R i_f + \frac{Ls}{1+LCs^2} i_f$$

$$v_i = i_f \left[ R + \frac{Ls}{1+LCs^2} \right]$$

$$i_f = \frac{v_i}{R + \frac{Ls}{1+LCs^2}} = \frac{v_i}{\frac{R+RLCs^2+Ls}{1+LCs^2}}$$

$$v_o = \frac{Ls}{1+LCs^2} \cdot \frac{v_i}{\frac{R+RLCs^2+Ls}{1+LCs^2}} = \frac{Ls}{R+RLCs^2+Ls} v_i$$

$$T(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Ls}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$\begin{array}{l|l} L = 5 \\ R = 400 \\ C = 0.5 \cdot 10^{-6} \end{array} \quad RLC = 400 \cdot 5 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} = 100 \cdot 2.5 \cdot 10^{-6} = 10^{-3}$$

$$T(s) = \frac{5s}{10^{-3}s^2 + 5s + 400}$$

(b) Factorizamos

Numerador:  $5s$

Denominador:  $10^{-3}s^2 + 5s + 400 = 0$

$$s = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 10^{-3} \cdot 400}}{2 \cdot 10^{-3}} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 1.6}}{2 \cdot 10^{-3}}$$

$$s_1 = -81.32$$

$$s_2 = -4918.7$$

$$10^{-3}(s + 81.32)(s + 4918.7)$$

• Ahora hacemos 1 los términos independientes

$$T(s) = \frac{5s}{10^{-3} \cdot 81.32 \left(\frac{s}{81.32} + 1\right) 4918.7 \left(\frac{s}{4918.7} + 1\right)} = \frac{s/80}{\left(\frac{s}{81.32} + 1\right) \left(\frac{s}{4918.7} + 1\right)}$$

• Y pasamos  $s = j\omega$

$$T(\omega) = \frac{j\omega/80}{\left(\frac{j\omega}{81.32} + 1\right) \left(\frac{j\omega}{4918.7} + 1\right)}$$

$$T = \frac{z_1}{z_2 \cdot z_3}$$

$$z_1 = \frac{j\omega}{80}$$

$$z_2 = \frac{j\omega}{81.32} + 1$$

$$z_3 = \frac{j\omega}{4918.7} + 1$$

$$T = \frac{|z_1| e^{j \arg z_1}}{|z_2| e^{j \arg z_2} |z_3| e^{j \arg z_3}}$$

$$|T| = \frac{|z_1|}{|z_2| |z_3|} = \frac{\frac{\omega}{80}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{81.32}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{4918.7}\right)^2}}$$

$$\arg T = \arg z_1 - \arg z_2 - \arg z_3 = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega}{81.32} - \arctg \frac{\omega}{4918.7}$$

Amplitud

$$20 \log |T| = 20 \log \frac{\omega/80}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{81.32}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{4918.7}\right)^2}} = \underbrace{20 \log \frac{\omega}{80}}_{\textcircled{1}} - \underbrace{20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{81.32}\right)^2}}_{\textcircled{2}} - \underbrace{20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{4918.7}\right)^2}}_{\textcircled{3}}$$

- ①  $20 \log \omega - 20 \log 80$ ; - Recta de pendiente  $20 \text{ dB/dec}$   
- Si  $\omega = 80 \rightarrow$  La recta pasa por cero

- ②  $-20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{81.32}\right)^2}$   $\omega \downarrow \downarrow -20 \log 1 = 0$   
 $\omega \uparrow \uparrow -20 \log \frac{\omega}{81.32} = -20 \log \omega + 20 \log 81.32$   
- Recta de pendiente  $-20 \text{ dB/decade}$   
- Si  $\omega = 81.32 \rightarrow$  La recta pasa por cero

- ③ Igual que ② pero cambiando  $81.32$  por  $4918.7$

Fase

$$\arg T = \underbrace{\frac{\pi}{2}}_{(1)} - \underbrace{\arctg \frac{\omega}{81.32}}_{(2)} - \underbrace{\arctg \frac{\omega}{4918.7}}_{(3)}$$

① constante  $\frac{\pi}{2}$

②  $-\arctg \frac{\omega}{81.32}$  ; si  $\omega \downarrow \downarrow -\arctg 0 = 0$   
 si  $\omega \uparrow \uparrow -\arctg \infty \rightarrow -\pi/2$   
 si  $\omega = 81.32 -\arctg 1 = -\pi/4$

③ Igual que ② pero cambiando 81.32 por 4918.7

(c) 
$$v_i(t) = \underbrace{10 \cos(100t)}_{a) 10e^{j100t}} + \underbrace{10 \cos(200t)}_{b) 10e^{j200t}} + \underbrace{10}_{c) 10e^{j0t}}$$

$$|V_o| = |T| |V_i|$$

$$\arg v_o = \arg T + \arg v_i$$

a)  $|V_i| = 10$   $|T|_{\omega=100} = \frac{100/80}{\sqrt{1 + \left(\frac{100}{81.32}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{100}{4918.7}\right)^2}} = 0.7885$

$\arg v_i = 100t$   
 $\omega = 100$

$$\arg T_{\omega=100} = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{100}{81.32} - \arctg \frac{100}{4918.7} = 0.6624$$

$$|V_o| = 7.885$$

$$\arg v_o = 100t + 0.6624$$

b)  $|V_i| = 10$   
 $\arg V_i = 200t$   
 $\omega = 200$

$$|T|_{\omega=200} = \frac{200/80}{\sqrt{1 + \left(\frac{200}{81.32}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{200}{4918.7}\right)^2}} = 0.941$$

$$\arg T_{\omega=200} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{200}{81.32} - \arctan \frac{200}{4918.7} = 0.346$$

$$|V_o| = 9.41$$

$$\arg V_o = 200t + 0.346$$

c)  $|V_i| = 10$   
 $\arg V_i = 0t$   
 $\omega = 0$

$$|T|_{\omega=0} = \frac{0}{1.1} = 0$$

$$\arg T_{\omega=0} = \frac{\pi}{2} - 0 - 0$$

$$|V_o| = 0$$

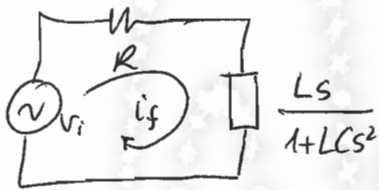
$$\arg V_o = \pi/2 \quad \text{No tiene interés}$$

$$V_o(t) = 7.885 \cos(100t + 0.6624) + 9.41 \cos(200t + 0.346) + 0$$

d) Potencia disipada por la R

$$P(t) = v_R(t) \cdot i_R(t)$$

Hay que calcular la caída de tensión en la resistencia y la corriente que la atraviesa.



$$i_f = \frac{1+Lcs^2}{R+RLCs^2+Ls} \cdot v_{if} \quad (\text{página 7})$$

$$LC = 5 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} = 2.5 \cdot 10^{-6}$$

$$RLC = 10^{-3}$$

Fasor de la entrada:  $4e^{j200t}$   
 $\omega = 200$

$$i_f = \frac{1 + 2.5 \cdot 10^{-6} (-\omega^2)}{400 + 10^{-3} (-\omega^2) + 5j\omega} 4e^{j200t} = \frac{0.9}{360 + 1000j} 4e^{j200t}$$

$\uparrow$   
 $\omega = 200$

Pasamos a polarar el primer término

$$i_f = \frac{0.9}{\sqrt{360^2 + 1000^2} e^{j \arctan\left(\frac{1000}{360}\right)}} 4e^{j200t} = 3.39 \cdot 10^{-3} e^{j(200t - 1.225)}$$

Por tanto la corriente que atraviesa la resistencia es:

$$i_R(t) = 3.39 \cdot 10^{-3} \cos(200t - 1.225) \text{ A}$$

Dado que la resistencia cumple la ley de Ohm, se tiene que:

$$v_R(t) = i_R(t) \cdot R = 1.356 \cos(200t - 1.225) \text{ V}$$



La potencia disipada por la resistencia es:

$$P(t) = i_R(t) \cdot v_R(t) = 4.6 \cos^2(200t - 1.225) \text{ W}$$

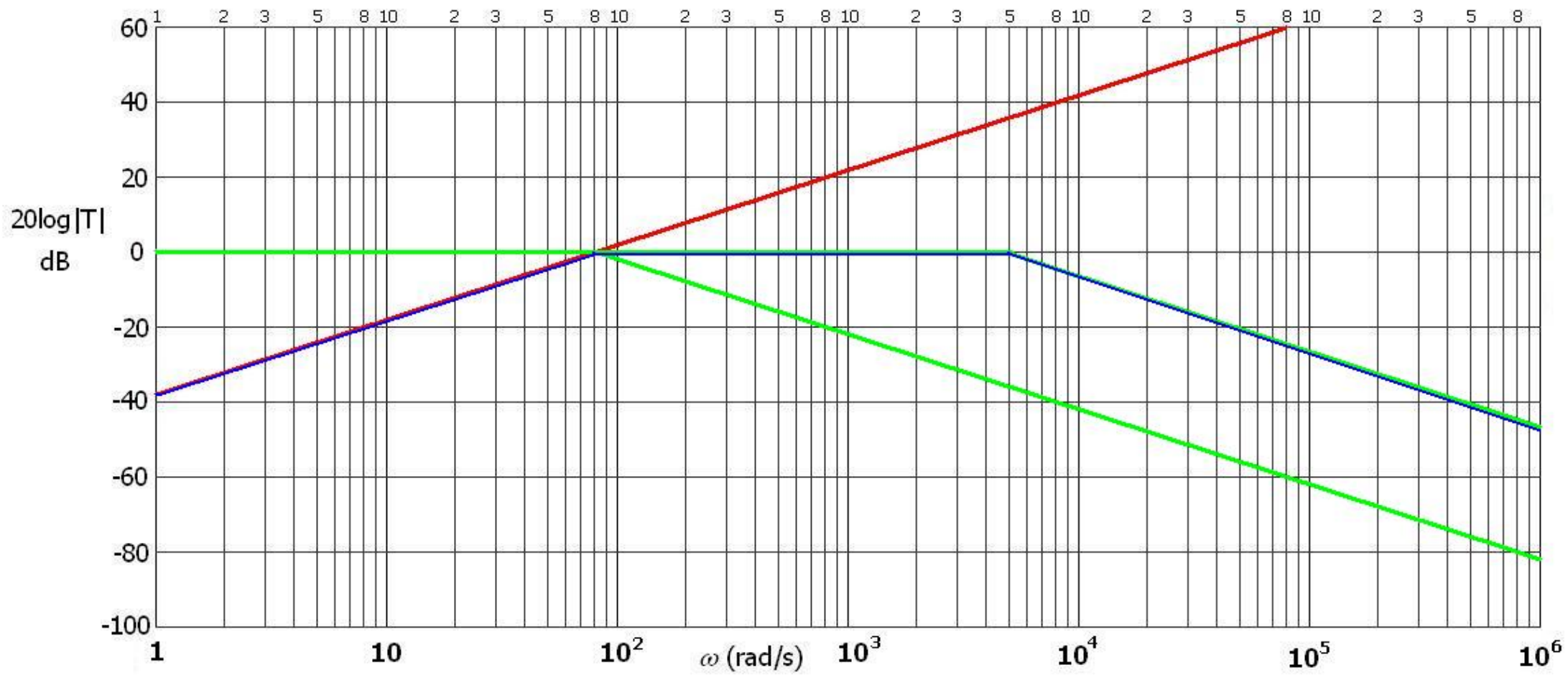
Usando que  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$

$$\alpha = 200t - 1.225$$

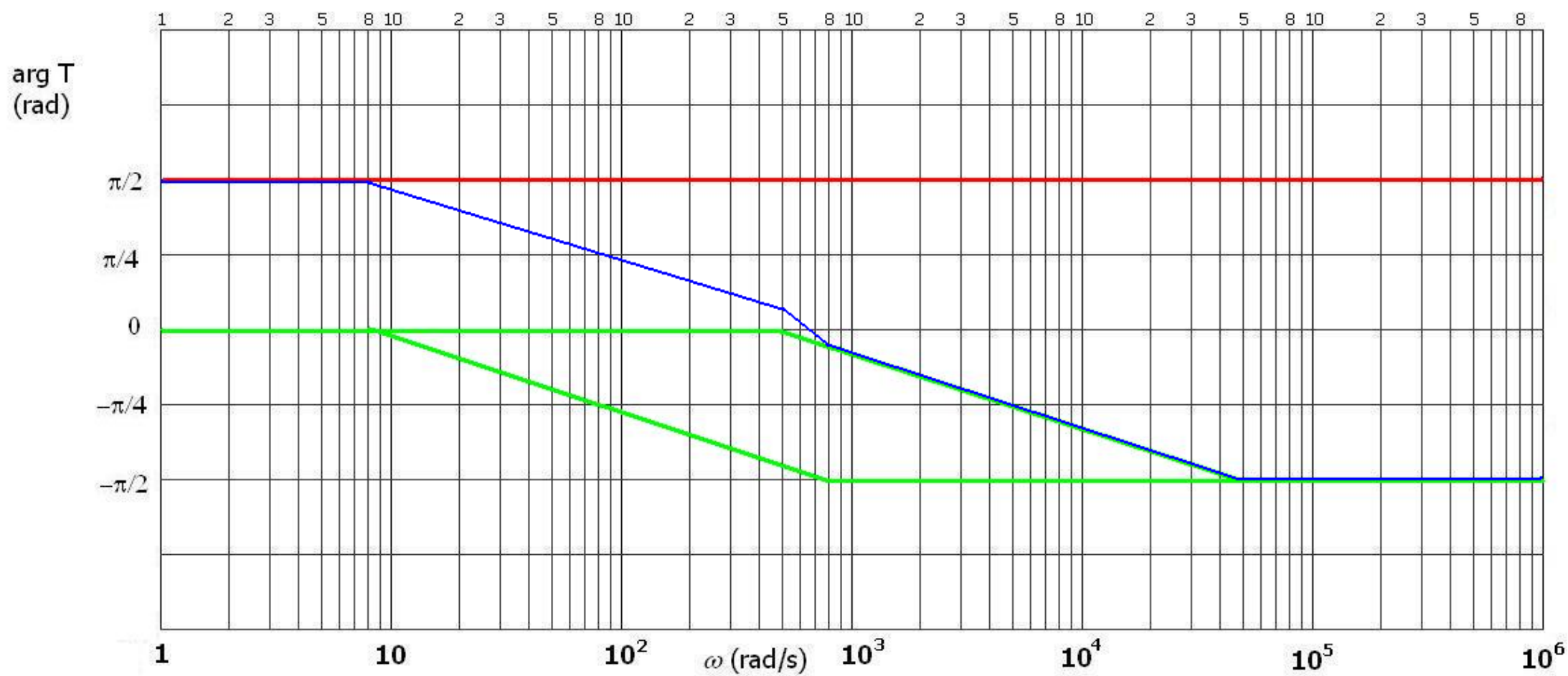
$$\beta = 200t - 1.225$$

$$P(t) = 2.3 [\cos(400t - 2.45) + \underbrace{\cos 0}_1] \text{ W}$$

Potencia media: 2.3 W



— TOTAL  
— PRIMER TÉRMINO  
— SEGUNDO Y TERCER TÉRMINO



- TOTAL
- PRIMER TÉRMINO
- SEGUNDO Y TERCER TÉRMINO