MECÁNICA CUÁNTICA II. 2013-2014

Integral de caminos 4

22. Si definimos

$$\left\langle T(A(t)B(t'))\right\rangle = \frac{\langle 0|Ae^{-(t-t')H}B|0\rangle}{\langle 0|e^{-(t-t')H}|0\rangle}\Theta(t-t') + \frac{\langle 0|Be^{-(t'-t)H}A|0\rangle}{\langle 0|e^{-(t'-t)H}|0\rangle}\Theta(t'-t),$$

donde $|0\rangle$ es el estado fundamental, se pide:

a) Calcular $\left\langle T(A(t)B(t'))\right\rangle$ para el oscilador armónico en una dimensión para $(A,B) = (x,x)$, (x,p), y (p,p).
[Ayuda: insértese un conjunto completo de estados propios $1 = \sum_n |n\rangle\langle n|$, y úsese que, para el oscilador armónico, $x|0\rangle$ y $p|0\rangle$ son ambos proporcionales al primer estado excitado.]

b) Verificar que estas funciones representan correctamente las ecuaciones de movimiento, $\dot{x} = p/M$, $\dot{p} = -M\Omega^2 x$, así como las relaciones de conmutación, $[x,x] = [p,p] = 0$, $[x,p] = i\hbar$.

23. En un método markoviano para muestrear $\rho(\boldsymbol{x})$ se ensaya una probabilidad de salto separable del tipo $W(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x}) = H(\rho(\boldsymbol{y}))F(\rho(\boldsymbol{x}))$, donde $H(x)$ y $F(x)$ son dos funciones a elegir. Determínense estas funciones de modo que el método funcione.

24. Se nos proporciona una muestra formada por N caminos brownianos $\boldsymbol{z}(s)$ en $\mathbb{R}^n$ con origen $\boldsymbol{z}(0) = \boldsymbol{0}$, $s \in [0,S]$ y coeficiente de difusión $D = 1$. En realidad el parámetro temporal s da pasos discretos $\epsilon \ll 1$. Supóngase que N y S son ambos bastante grandes $N, S \gg 1$. Explicar cómo se puede usar esta muestra para estimar la energía y la función de onda del estado fundamental de una partícula cuántica de masa M en un potencial dado $V(\boldsymbol{x})$.