MECÁNICA CUÁNTICA II. 2013-2014

Integral de caminos 2

17. Hállese el propagador para una partícula sometida a una fuerza constante y en una dimensión espacial

$$L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + Fx.$$

18. Obténgase la función de onda del primer estado excitado del oscilador armónico unidimensional a partir de su propagador euclídeo.

19. Una partícula cargada de masa M que se mueve en un plano está sometida a un campo magnético uniforme y constante perpendicular al plano. El problema tiene invariancia bajo traslaciones y rotaciones, pero no hay un gauge en el que el hamiltoniano tenga ambas simetrías explícitas a la vez. En el gauge que respeta invariancia rotacional explícita en torno a $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{0}$, el propagador exacto es

$$\begin{aligned}\langle \boldsymbol{r}_b, t_b | \boldsymbol{r}_a, t_a \rangle &= \frac{M\Omega}{4\pi i\hbar \operatorname{sen}(\Omega t/2)} \\ &\quad \times \exp\left[\frac{iM\Omega}{2\hbar}\left(\frac{1}{2}\cot\left(\Omega t/2\right)\left[(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2\right] + x_a y_b - x_b y_a\right)\right].\end{aligned}$$

($t = t_b - t_a$, y $\Omega = qB/Mc$ es la frecuencia ciclotrón.) Por invariancia rotacional en el plano, las funciones de onda son del tipo $R(r)e^{im\phi}$, donde ϕ es el ángulo y $m \in \mathbb{Z}$ el momento angular.

El espectro de energías (niveles de Landau) es discreto pero cada estado (incluido el fundamental) está *infinitamente* degenerado y hay un estado con la misma energía por cada valor de m.

Se pide: a) El espectro de energías. b) La función de onda normalizada del estado fundamental *con momento angular cero* (hay un estado fundamental para cada onda parcial).[1]

---

[1] Ayuda: Debido a la barrera centrífuga, las funciones de onda con momento angular no nulo se anulan en el origen.