

## MECÁNICA CUÁNTICA II. 2013-2014

### Simetrías 5

15. El hamiltoniano de un oscilador armónico tridimensional isótropo, en unidades  $\hbar = m = \omega = 1$ , es

$$H = \frac{1}{2}\mathbf{p}^2 + \frac{1}{2}\mathbf{r}^2.$$

Al igual que el potencial coulombiano visto en teoría, este sistema tiene una simetría dinámica de tipo  $SO(2,1)$ .

- Obtener la expresión de los operadores  $\mathbf{T}$  en este caso, eligiendo los valores adecuados de  $a$ ,  $\tau$  y  $\gamma$  (factor de reescalamiento de  $r$ ), así como el factor  $Ax^\alpha$  apropiado para pasar de la ecuación de autovalores de  $H$  a la ecuación de autovalores de  $T_3$ .
- Determinar el producto escalar respecto del cual los operadores  $\mathbf{T}$  son hermíticos.
- Probar que  $T_3$  es acotado inferiormente y determinar el espectro de energías para cada onda parcial.