MECÁNICA CUÁNTICA II. 2013-2014

Teoría cuántica de muchos cuerpos 2

28. En un espacio de Fok fermiónico extendido con variables de Grassman, simplificar la expresión

$$I = \int d\xi_1 d\xi_1^* (1 + \xi_1 \xi_1^* \xi_2 \xi_2^* a_1 a_2)^{1/2} a_1^\dagger a_2^\dagger |0\rangle$$

donde a_1, a_2 son los operadores de aniquilación de los orbitales 1 y 2.

29. La integral usual (bosónica) es invariante bajo traslaciones del integrando

$$\int dx f(x) = \int dx f(x+y)$$

(se supone que no hay términos de superficie). La integral de Grassmann satisface la misma propiedad. Concretamente, muéstrese que

$$\int d\xi_1 \cdots d\xi_n f(\xi + \eta, \eta, \zeta) = \int d\xi_1 \cdots d\xi_n f(\xi, \eta, \zeta)$$

donde ξ's, η's y ζ's son generadores de Grassmann distintos y $f(\xi, \eta, \zeta)$ es una función genérica construida con los ξ's, η's y ζ's.

Demostrar la propiedad de la delta de Grassman

$$\int d\xi_n' \cdots d\xi_1' \delta(\xi - \xi') f(\xi') = f(\xi)$$

donde

$$\delta(\xi) := \int d\eta_1 \cdots d\eta_n \, e^{-\sum_{i=1}^n \eta_i \xi_i} \, .$$