MECÁNICA CUÁNTICA II. 2013-2014

Teoría cuántica de muchos cuerpos 1

25. Sea $\hat{h} = \sum_{\alpha\beta} h_{\alpha\beta}\, a^\dagger_\alpha a_\beta$ un operador en el espacio de Fok $\oplus_{N=0}^{\infty}\mathcal{H}_N$. Probar que $\hat{h}$ no conecta distintos N y en cada subespacio $\mathcal{H}_N$ es equivalente a $\hat{h}_N = \sum_{i=1}^{N} \check{h}^{(i)}$, donde $\check{h}$ es un operador que actúa sobre estados de una partícula, con elementos de matriz $h_{\alpha\beta} = \langle\alpha|\check{h}|\beta\rangle$, y $\check{h}^{(i)}$ es la copia de $\check{h}$ que actúa sobre la partícula i-ésima. (Sugerencia aplicar $\hat{h}$ y $\hat{h}_N$ sobre estados $|\alpha_1, \ldots \alpha_N\}$ y ver que dan el mismo resultado. Nótese que $\hat{h}_N$ es un operador de partículas idénticas y por tanto conmuta con los proyectores sobre los subespacios simétrico y antisimétrico de $\mathcal{H}_N$.)

26. Verificar que el operador número $\hat{N} = \sum_\alpha a^\dagger_\alpha a_\alpha$ no depende de la base ortonormal utilizada para expresarlo.

27. Estúdiese si el operador : $\hat{N}^3$: puede expresarse como una función del operador número.