Mecánica Cuántica II

Tiempo: de 9:30 a 10:30

1. Suponiendo que la función de onda $\psi(\vec{x})$ sea un escalar bajo la transformación $\vec{x} \to e^a \vec{x}$ (a real), obtener el generador asociado G_a. Comentar sobre la hermiticidad de G_a.

2. Escribir las relaciones de conmutación del grupo de Poincaré en términos de H, $\vec{P}$, $\vec{J}$ y $\vec{K}$. Explicar cómo se cumple el teorema de Noether asociado a invariancia bajo boosts. Obtener las relaciones de conmutación de Galileo como caso límite.

3. La transformación global $\phi(x) \to \phi(x) + \alpha$ (α constante) es una simetría del campo de Klein-Gordon real de masa nula. Ilustrar con este caso el método visto en clase de pasar a transformaciones locales para obtener la corriente conservada asociada a una simetría y comprobar que en efecto la corriente es conservada.

4. Deducir las propiedades de hermiticidad que deben satisfacer las matrices gamma de Dirac.

5. Expresar $\vec{\Sigma} = \frac{i}{2}\vec{\gamma} \times \vec{\gamma}$ usando γ_5 y $\vec{\alpha}$ (deducirlo en detalle para Σ_3).

6. Explicar en qué sentido la densidad de probabilidad de la aproximación WBK es compatible con el límite clásico. Si la ecuación de Schrödinger es lineal, ¿en qué punto de la aproximación se pierde dicha linealidad al obtener las soluciones WBK?

7. Explicar cómo se obtiene el principio de Hamilton de la mecánica clásica a partir de la fórmula de integral de caminos de Feynman.

Mecánica Cuántica II

Tiempo: de 10:45 a 13:00

1. La función de onda del fotón, $A^\mu(x)$, $(x \in \mathrm{R}^4)$ se transforma bajo el grupo de Poincaré como un cuadrivector:

$$A^\mu(x) \to A'^\mu(x) = \Lambda^\mu{}_\nu A^\nu(\Lambda^{-1}(x-a))\,.$$

Calcular P^μ y $J^{\mu\nu}$ en esta representación e identificar la parte orbital y de espín. Verificar explícitamente (calculando $\vec{S}^2$ en cada caso, por ejemplo) que $A^0(x)$ y $\vec{A}(x)$ describen campos de espín cero y uno, respectivamente. (Notar que, como pasaba con Dirac, cada uno de los generadores es una matriz 4×4 ya que la función de onda $A^\mu(x)$ es un vector de dimensión 4.)

2. Una partícula de Dirac en presencia de campos externos estacionarios de tipo vector, axial, escalar y pseudoescalar satisface la siguiente ecuación

$$0 = \big(i\gamma^\mu\partial_\mu + \gamma^\mu V_\mu(\vec{x}) + \gamma^\mu\gamma_5 A_\mu(\vec{x}) + S(\vec{x}) + \gamma_5 P(\vec{x})\big)\psi(x)\,,$$

donde $V^\mu(\vec{x})$, $A^\mu(\vec{x})$, $S(\vec{x})$ y $P(\vec{x})$ pueden ser complejos.

Encontrar qué condiciones deben satisfacer los campos externos en cada uno de los siguientes supuestos (hacerlo para cada supuesto independientemente):

a) Hermiticidad del hamiltoniano.
b) Invariancia bajo paridad.
c) Invariancia bajo conjugación de carga.
d) Invariancia bajo inversión temporal.

¿Cuál es la teoría más general (de esta familia) compatible con hermiticidad e inversión temporal?