

Práctica 2. Diferenciabilidad

Ejercicios propuestos

1. Para cada $n \in \mathbb{N}$, estudiar la continuidad, la diferenciabilidad y la continuidad de las derivadas parciales del campo escalar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definido por

$$f(x, y) = (x + y)^n \operatorname{sen} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \quad \text{y} \quad f(0, 0) = 0$$

2. Para cada $\alpha \in \mathbb{R}^+$, estudiar la continuidad, la diferenciabilidad y la continuidad de las derivadas parciales del campo escalar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definido por

$$f(x, y) = \frac{|x|^\alpha}{x^2 + y^2} \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \quad \text{y} \quad f(0, 0) = 0$$

3. Estudiar la continuidad, la diferenciabilidad y la continuidad de las derivadas parciales del campo escalar $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definido por

$$f(x, y, z) = \frac{xyz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \quad \text{y} \quad f(0, 0, 0) = 0$$