UNIVERSIDAD DE GRANADA
Modelos Matemáticos
16 de Septiembre de 2005

- 1. Encuentra una ecuación en diferencias del tipo

$$x_{n+k} + a_1 x_{n+k-1} + \cdots + a_1 x_{n+1} + a_0 x_n = 0$$

que admita la solución

$$\{0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, \cdots\}.$$

- 2. Se considera la ecuación

$$x_{n+2} + \lambda x_{n+1} + x_n = 0.$$

¿Hay valores de $\lambda \in \mathbb{R}$ para los que todas las soluciones tienden a cero?

- 3. Se considera un modelo de Leslie $x^{(n+1)} = Lx^{(n)}$ donde

$$x^{(n)} = \begin{pmatrix} x_1^{(n)} \\ x_2^{(n)} \end{pmatrix}, \qquad L = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

¿Qué grupo de edad será más numeroso a largo plazo?

- 4. En un invernadero se cultivan flores con genotipos AA (rojo), Aa (rosa) y aa (blanco). De manera sistemática las plantas se polinizan con su propio genotipo. Formula un modelo para la evolución del perfil genético a lo largo de las generaciones.

- 5. Una economía cerrada tiene dos sectores económicos con matriz de input-output

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.9 \\ 0.6 & 0.1 \end{pmatrix}.$$

¿Qué sector tiene mayor participación en la riqueza?

- 6. Comportamiento asintótico de las soluciones de $x_{n+1} = \sqrt{|x_n|}$.

- 7. Se considera la placa discreta

$$\Omega = \{\delta(i,j)/\ 0 \leq j \leq i \leq 3\}$$

para algún δ positivo. Representa gráficamente Ω. ¿Cuántos puntos tiene el borde discreto $\partial\Omega$? Calcula la solución de

$$u(p) = \frac{1}{4} \sum_{q \in \mathcal{C}(p)} u(q), \ \ p \in \Omega, \quad u(p) = \phi(p), \ p \in \partial\Omega$$

si $\phi(p) = 3$ para cada $p \in \partial\Omega$.

- 8. Encuentra las posiciones de equilibrio de una partícula que está situada en la curva $y = \operatorname{sen} x$. La atracción gravitatoria se ejerce en la dirección vertical y hacia abajo, en el sentido del vector $(0, -1)$.

- 9. Explica el fenómeno de la refracción de la luz a partir del principio variacional de Fermat.

- 10. Se considera el cubo $C = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$ y una aplicación continua $f : C \to \mathbb{R}^3$ que cumple $C \subset f(C)$ ¿Se puede asegurar que f tiene un punto fijo?