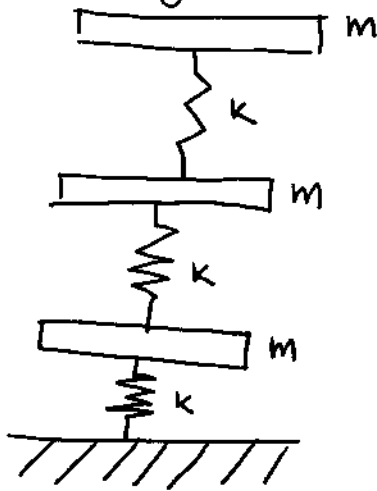
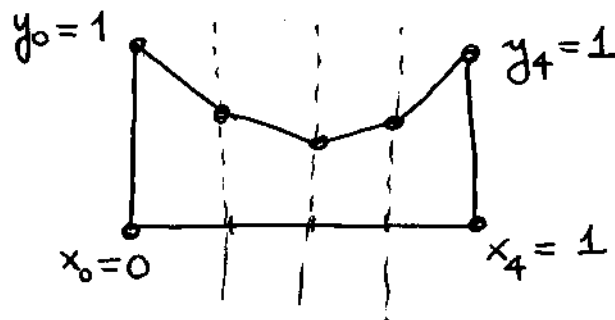


- ① Se construye una columna de juguete formada por tres muelles y tres masas según el dibujo



Se sabe que, antes de la deformación, la longitud de cada muelle era  $\delta = 1$ . También  $m = k = 1$ .  
Formula un modelo para el equilibrio.

- ② Describe el modelo de una catenaria discreta con cinco puntos

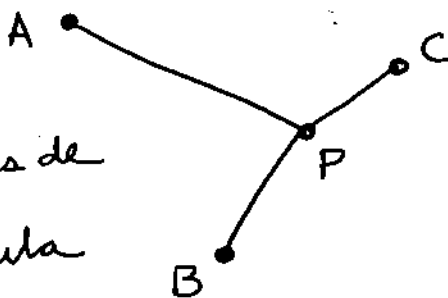


- ③ Una varilla con forma parabólica y densidad  $\rho$  se sitúa en un plano vertical según la figura



Expresa el potencial determinado por esta posición en términos de una integral en el intervalo  $[-1, 1]$ .

- ④ Tres ciudades, A, B y C, se van a conectar por una red de carreteras del tipo

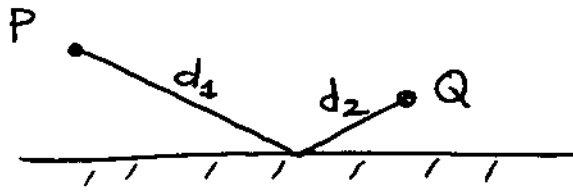


La inversión por kilómetro es de 120 millones de euros. Formula

un principio variacional que permita determinar P minimizando los costes.

⑤ En la revista "L'eurreur scientifique" ha aparecido una teoría que afirma que la trayectoria de un rayo de luz reflejado en un espejo ha de hacer mínima la cantidad

$$v d_1^2 + v d_2^2$$



¿Explica esta teoría la reflexión de la luz?

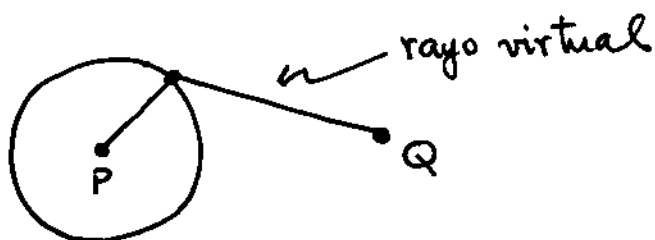
Curso 2003-04

① Da un ejemplo de un campo vectorial  $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  que sea  $C^\infty$  y no admita potencial.

② La luz se propaga con velocidad  $v_1$  dentro de la circunferencia  $C$  y con velocidad  $v_2$  fuera de ella. Utiliza el principio de Fermat para encontrar la trayectoria de un rayo de luz que une  $P$  y  $Q$

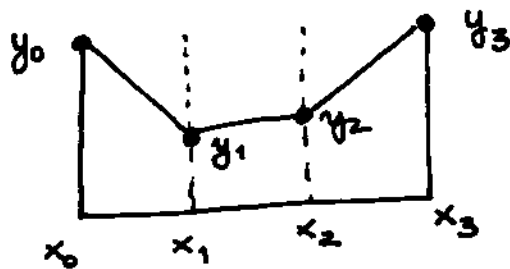
$$C: x^2 + y^2 = 1$$

$$P = (0, 0), \quad Q = (3, 0)$$



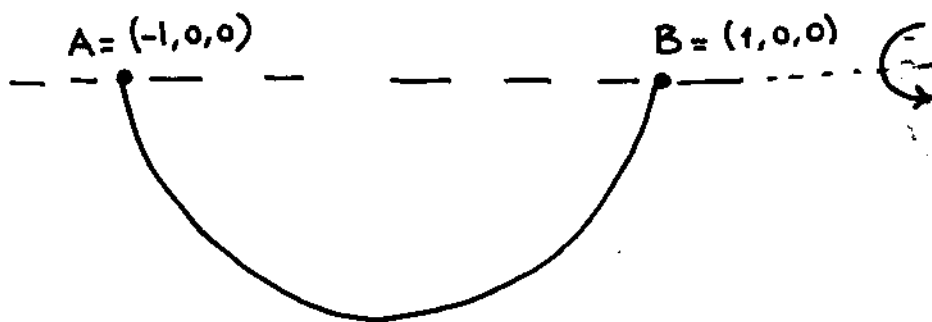
③ Enuncia el teorema de extremos condicionados de Lagrange y úsalo para determinar las posiciones de equilibrio de un péndulo esférico (partícula que se mueve en una esfera y está sometida a la acción de la gravedad)

④ Describe el modelo para la catenaria discreta



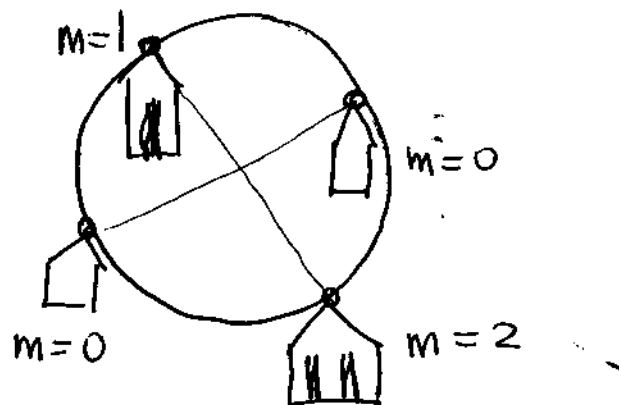
y justifica la existencia de un equilibrio estable. ¿Puedes calcularlo?

⑤ Una varilla semi-circular <sup>de densidad  $\rho > 0$</sup>  está fijada a sus extremos A y B y rota en el espacio. Determina las posiciones de equilibrio bajo la acción de la gravedad



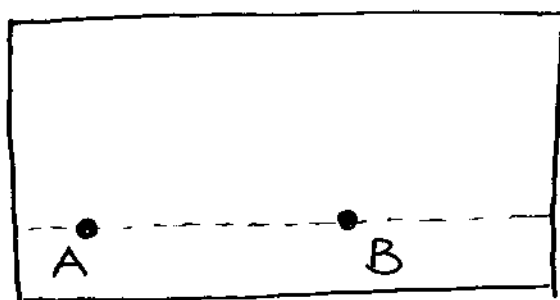
① Enuncia el Teorema de extremos condicionados de Lagrange y aplícalo para determinar las posiciones de equilibrio de un péndulo esférico (partícula que se mueve en una esfera).

② Una noria tiene cuatro vagones pero sólo dos de ellos están ocupados, según se indica en el dibujo



Determina las posiciones de equilibrio estables e inestables.

- ③ En una mesa de billar las bolas A y B están situadas según el dibujo



El jugador pretende lanzar la bola A de manera que choque con B después de haber impactado en la banda superior ¿A qué punto de dicha banda debe apuntar?

- ④ Se considera el problema

$$\begin{cases} d_{i+1} + d_{i-1} - 2d_i = 1, & i = 1, \dots, n \\ d_0 = 0, & d_{n+1} = d_n + 1 \end{cases}$$

¿ Hay solución? ¿ Es única?

- ⑤ La compañía Cablemoon ha emprendido la instalación de tendidos eléctricos en la Luna. El ingeniero R. Scherzo trabaja para Cablemoon y al regresar a la Tierra cuenta a un grupo de amigos que en la Luna los cables se suspenden de forma distinta ¿ Les ha dicho la verdad?