DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Métodos Numéricos. Grupos A. y B. Examen parcial. 17 de junio de 2010.

PRIMERA PARTE

Con objeto de calcular $\sqrt[4]{3}$ de manera aproximada observamos que este número es una solución de

$$x^5 - 4x^4 - 3x + 12 = 0\,.$$

(a) Justifica que al aplicar el método de Newton a esta ecuación, cada término x_n se relaciona con el anterior por medio de la ley

$$x_n = \frac{4\,x_{n-1}^5 - 12\,x_{n-1}^4 - 12}{5\,x_{n-1}^4 - 16\,x_{n-1}^3 - 3}\,.$$

(b) Justifica que hay convergencia local. ¿Es cuadrática?

(c) Escribe un programa que calcule las 10 primeras aproximaciones si $x_0 = 1$. Incorpora al programa el cálculo de los errores $e_n = \sqrt[4]{3} - x_n$. ¿Cuánto vale e_{10}?

(d) Modifica el programa para que calcule 100 iteradas en el método de Newton comenzando por $x_0 = 3.5$. ¿Cuánto vale ahora e_{100}? ¿Te parece que hay convergencia a $\sqrt[4]{3}$ este caso?

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos Numéricos
Examen parcial. Segunda parte. 17 de junio de 2010

1. Se considera una fórmula de integración numérica del tipo

$$I(f) = \alpha_0 f(\frac{1}{3}) + \alpha_1 f(\frac{2}{3})$$

con la que se pretende aproximar $\int_0^1 f(x)dx$. Se pide:

(a) Determina los pesos α_0 y α_1 de manera que la fórmula sea exacta en $\mathbb{P}_1$

(b) ¿Es esta fórmula también exacta en $\mathbb{P}_2$?

(c) Se considera la aproximación

$$\int_0^1 f(x)dx \simeq \int_0^1 p(x)dx$$

donde $p(x) = f(\frac{1}{3})(2-3x) + f(\frac{2}{3})(3x-1)$. ¿Se obtiene la misma fórmula?

(d) Se supone que la función f es de clase C^2 en $[0,1]$. Encuentra una estimación del error del tipo

$$|\int_0^1 f(x)dx - I(f)| \leq \gamma K_2$$

donde K_2 es una cota superior de $|f''|$ y γ es una constante que se determinará.

2. (a) Se supone que $f : [-2,2] \to \mathbb{R}$ es una función de clase C^2. ¿Se cumple

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(2h) + 2f(-h) - 3f(0)}{h^2} = f''(0)?$$

(b) Se considera un espacio vectorial E dotado de producto escalar $\langle \cdot, \cdot \rangle$ y la norma asociada $||.||$ ¿Es cierta la identidad

$$||u+v||^2 = ||u||^2 + ||v||^2 + 2\langle u, v\rangle$$

para vectores cualesquiera $u, v \in E$?