Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I
10 de Julio de 2019. Examen Extraordinario.

1. Se considera la ecuación lineal completa

$$t^2 x'' + 3tx' + x = \frac{1}{t}, \qquad t > 0\,.$$

(a) Encuentra un sistema fundamental de la ecuación homogénea asociada del tipo $\{\varphi_1(t) = t^\alpha,\ \varphi_2(t) = t^\beta \ln t\}$.

(b) Usando la fórmula de variación de constantes encuentra todas las soluciones de la ecuación completa.

(c) Encuentra la solución $x(t)$ de la ecuación completa que cumple $x(1) = 1$, $x'(1) = -1$.

2. Decide de forma razonada la validez de cada una de las siguientes afirmaciones:

(a) Las funciones $\varphi_1(t) = e^t$, $\varphi_2(t) = e^{-t}$, $\varphi_3(t) = \cosh t$, $\varphi_4(t) = \operatorname{senh} t$ forman un sistema fundamental para la ecuación $x'''' - x = 0$.

(b) La solución del problema de valores iniciales $x' = e^{2t+x}$, $x(0) = 0$ está definida en $]-\infty, +\infty[$.

(c) Se considera la familia de curvas $y = \frac{x^2}{2} + c$ donde $c \in \mathbb{R}$ es un parámetro. Entonces las curvas de la familia de trayectorias ortogonales son elipses.

(d) Existe una función $V = V(x, y, z)$, $V \in C^1(\mathbb{R}^3)$ que cumple

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x, y, z) = 2x,\ \frac{\partial V}{\partial y}(x, y, z) = 2y,\ \frac{\partial V}{\partial z}(x, y, z) = xz.$$