

Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I. Grupo A
23 de Mayo de 2019

NOMBRE:

1. Dados números $a, b, c \in \mathbb{R}$, se definen las funciones

$$\phi_1(t) = a + bt^2 + \frac{c}{t}, \quad \phi_2(t) = a + 2bt^2 + \frac{b}{t}, \quad t \in]0, \infty[.$$

Determina los valores de a , b y c para los que ϕ_1 y ϕ_2 forman un sistema fundamental de la ecuación

$$x'' - \frac{2}{t^2}x = 0.$$

2. Encuentra todas las soluciones de la ecuación

$$x'' - x = e^t + 2 \cos t.$$

3. Se definen las funciones

$$x_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x_0(t) = 1, \quad x_{n+1}(t) = 1 + 2 \int_0^t x_n(s) ds, \quad n \geq 0.$$

Para cada $t \in \mathbb{R}$, calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(t)$.

¿En qué sentido converge la sucesión de funciones $\{x_n\}_{n \geq 0}$?

4. Se consideran las funciones

$$f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(t) = \frac{\cos nt}{n}.$$

¿Converge uniformemente la sucesión $\{f_n\}$? ¿y la sucesión de derivadas $\{f'_n\}$?

5. Se considera la ecuación lineal homogénea $x'' + 2x' = 0$ y se denota por Z al conjunto de soluciones. Se define la aplicación lineal

$$\Phi : Z \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad x \mapsto \begin{pmatrix} x(0) \\ x'(3) \end{pmatrix}.$$

¿Es un isomorfismo? Calcula $\Phi^{-1}(v)$ con $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.