

**Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I. Grupo A**  
**21 de Marzo de 2019**

**NOMBRE:**

1. En el plano con coordenadas  $(x, y)$  se considera la familia de curvas dada por la ecuación

$$\frac{y^2}{2} + x = c$$

donde  $c \in \mathbb{R}$  actúa como parámetro. Encuentra la familia de trayectorias ortogonales. Dibuja ambas familias.

2. Escribe la ecuación diferencial que modela la desintegración del Radio 226 sabiendo que la masa se reduce a la mitad (periodo de semi-desintegración) en 1600 años.

3. Encuentra las órbitas del sistema autónomo

$$x' = (x^2 + 3y^2 + 1)y, \quad y' = -(x^2 + 3y^2 + 1)x.$$

¿Qué tipo de curvas son?

4. Se considera la transformación  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\varphi(t, x) = (s, y)$  con

$$s = e^t, \quad y = e^t x.$$

Determina la imagen  $\varphi(\mathbb{R}^2) = \hat{\Omega}$  y prueba que  $\varphi$  es un  $C^1$ -difeomorfismo entre  $\Omega = \mathbb{R}^2$  y  $\hat{\Omega}$ . ¿Es este cambio de variable admisible para la ecuación  $x' = t^2 \cos x$ ?

5. Por un argumento visto en clase sabemos que la ecuación

$$x^{55} + x + t = 0$$

define una función  $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x = x(t)$ , de clase  $C^1$ . Demuestra que esta función también es de clase  $C^2$  y encuentra una ecuación diferencial de segundo orden que la admita como solución.