Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I. Grupo B
22 de Marzo de 2018

NOMBRE:

1. Se considera una solución cualquiera $x(t)$ de la ecuación diferencial

$$x' = 2tx.$$

Se supone que dicha solución está definida en un intervalo abierto I. Demuestra que existe $c \in \mathbb{R}$ tal que

$$x(t) = ce^{t^2}$$

para cada $t \in I$.

2. Demuestra que la transformación $\varphi(t,x) = (s,y)$, $s = t$, $y = x + t$ define un difeomorfismo del plano que es compatible con la ecuación

$$x' = (x + t)^2.$$

Encuentra la solución de esta ecuación que cumple $x(0) = 0$ y especifica su intervalo de definición.

3. Encuentra un cambio de variable que transforme la ecuación diferencial

$$x' = \frac{x + t + 3}{t - x + 2}$$

en una ecuación homogénea.

4. Dadas las ecuaciones

$$x = t + e^t, \quad y = 1 + t^4$$

demuestra que la eliminación del parámetro t nos permite definir una función derivable $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y(x)$. Además la función $y(x)$ alcanza su mínimo en $x = 1$.

5. Demuestra que la ecuación

$$x - \frac{1}{3}\,\mathrm{sen}\, x = t$$

define de forma implícita una única función $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $t \mapsto x(t)$. Además, prueba que se cumple la identidad $x(t + 2\pi) = x(t) + 2\pi$ para cada $t \in \mathbb{R}$.