Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I. Grupo A
1 de Junio de 2017

NOMBRE:

1. Encuentra la solución del problema

$$x'' + 9x = t^2, \;\; x(0) = 0, \; x'(0) = 0.$$

2. Sea Z el espacio de soluciones del sistema $x' = Ax$ donde A es la matriz 2×2

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Consideramos la aplicación lineal $\Psi : Z \to \mathbb{R}^2$, $\Psi(x) = (x_1(0), x_2(1))$. Encuentra $\mathrm{Ker}\Psi$.

3. Demuestra que la función

$$\chi(t) = \begin{vmatrix} t^2+1 & t^2+2 & t^2+3 & \cdots & t^2+n \\ t^3+1 & t^3+2 & t^3+3 & \cdots & t^3+n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ t^n+1 & t^n+2 & t^n+3 & \cdots & t^n+n \\ t^{n+1}+1 & t^{n+1}+2 & t^{n+1}+3 & \cdots & t^{n+1}+n \end{vmatrix}$$

es derivable y calcula $\chi'(0)$.

4. Demuestra que la sucesión de funciones $\{f_n\}$ converge uniformemente en el intervalo $[0,1]$ si $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ está definida por las fórmulas recursivas

$$f_0(t) = 7, \quad f_{n+1}(t) = 7 + \int_0^t \sqrt{s^2 + t^2} f_n(s) ds.$$

5. Dado un sistema lineal y homogéneo $x' = A(t)x$ con $A : I \to \mathbb{R}^{N\times N}$ continua, se considera una matriz solución $\Phi : I \to \mathbb{R}^{N\times N}$. Demuestra que el rango de la matriz $\Phi(t)$ es independiente de t.