

**Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I. Grupo B**  
**8 de Junio de 2016**

**NOMBRE:**

1. Calcula  $e^{tA}$  si  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Encuentra una matriz fundamental del sistema

$$x_1' = 3x_1 + x_2, \quad x_2' = 3x_2 + x_3, \quad x_3' = 3x_3.$$

3. Se considera el problema de valores iniciales

$$x' = 3x + \operatorname{sen} t, \quad x(0) = 0$$

y se define la correspondiente sucesión de iterantes de Picard  $\{x_n(t)\}_{n \geq 0}$ . Calcula  $x_2(t)$ .

4. Se emplea la norma Euclídea en  $\mathbb{R}^2$  y la norma matricial asociada en  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ .  
Calcula  $\|R\|$  para la matriz  $R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ .

5. Se considera una sucesión de funciones continuas  $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  que cumplen  $f_0(t) = 1 + t$ ,  $f_1(t) = 4 + t$ ,

$$|f_{n+1}(t) - f_n(t)| \leq 7 \int_0^t |f_n(s) - f_{n-1}(s)| ds \text{ si } n \geq 1, t \in [0, 1].$$

Prueba que la sucesión  $\{f_n\}$  converge uniformemente en  $[0, 1]$ .