Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I. Grupo B
28 de Abril de 2016

NOMBRE:

1. Dada la ecuación diferencial

$$P(x, y) + Q(x, y)y' = 0$$

con $P, Q \in C^1(\mathbb{R}^2)$, ¿bajo qué condiciones existe un factor integrante del tipo $\mu(x, y) = m(x + 2y)$?

2. Comprueba que la ecuación diferencial

$$\frac{e^x}{y+e^x} + 2x + \frac{1}{y+e^x} y' = 0$$

es exacta. Encuentra la solución que cumple $y(0) = 0$.

3. Demuestra que las funciones $f_1(t) = 1$, $f_2(t) = t^2$ y $f_3(t) = |t|^3 t$ son linealmente independientes en $]-1, 1[$.

4. En el intervalo $I =]-1, 1[$ se dan dos funciones $A \in C^1(I)$, $\beta \in C(I)$ y se define

$$x(t) = 3e^{A(t)} - 2e^{A(t)} \int_0^t e^{-A(s)} \beta(s) ds.$$

Encuentra una ecuación lineal de primer orden para la que la función $x(t)$ sea solución.

5. Sea una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de clase C^1 y con inversa $g = f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ también de clase C^1. Para cada $\lambda \in \mathbb{R}$ se define el cambio de variable en el plano $\varphi_\lambda : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ (t, x) \mapsto (s, y)$ por las fórmulas

$$s = t, \quad y = f(g(x) + \lambda).$$

Demuestra que $\mathcal{G} = \{\varphi_\lambda :\ \lambda \in \mathbb{R}\}$ es un grupo de difeomorfismos del plano.