

Universidad de Granada. Modelos matemáticos I. Grupo B
5 de diciembre de 2013

NOMBRE:

1. Decide en cada caso si la sucesión $\{A^n\}_{n \geq 0}$ de potencias de la matriz A es convergente.

(i) $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$, (ii) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & -4 & -4 \end{pmatrix}$.

2. ¿Existe una matriz A de coeficientes reales que sea diagonalizable en \mathbb{C} pero no en \mathbb{R} ? ¹

¹Una matriz $A \in \mathbb{K}^{d \times d}$ se dice diagonalizable en \mathbb{K} si existen matrices $P, D \in \mathbb{K}^{d \times d}$ tales que $\det P \neq 0$ y $A = PDP^{-1}$.

3. Justifica la fórmula para las potencias de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$,

$$A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ n2^{n-1} & 2^n \end{pmatrix}.$$

4. El pájaro de fuego es una especie autóctona de la ínsula Ferosa. La población se distribuye en tres colonias situadas en los vértices A , B y C de un triángulo imaginario. El vértice A es muy inhóspito y solo el 20% de los pájaros consiguen sobrevivir después de un año, los vértices B y C tienen mejores condiciones y la tasa de supervivencia es del 80%. Al finalizar el año, el pájaro de fuego que sobrevive debe decidir si permanece en su colonia o emigra. Se ha observado que un 50% decide permanecer mientras que el resto emigra y se dirige a una de las otras dos colonias con igual probabilidad. Presenta un modelo que describa la evolución de esta población de aves.

5. La matriz de Leslie $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ b & 0 \end{pmatrix}$ describe una población con dos grupos de edad. El número $b \in]0, 1[$ es un parámetro. Discute, según los valores de b , qué grupo de edad será más numeroso a largo plazo.