

Universidad de Granada. Modelos matemáticos. Grupo A
28 de octubre de 2011

NOMBRE:

1. Se considera la clase de ecuaciones

$$x_{n+2} + a_1x_{n+1} + a_0x_n = 0$$

con $a_0, a_1 \in \mathbb{R}$, $a_0 \neq 0$.

- (i) Encuentra una ecuación que admita la solución $\{2^n + 3^{n+1}\}_{n \geq 0}$.
- (ii) Encuentra una sucesión de números reales que no pueda ser solución de una ecuación de esta clase.

2. En el espacio vectorial S de las sucesiones reales se considera el operador lineal $L : S \rightarrow S$, $L(X) = X^*$ con $X = \{x_n\}_{n \geq 0}$, $X^* = \{x_n^*\}_{n \geq 0}$, $x_n^* = x_{n+3} - x_{n+2} + 2x_n$. Decide la validez de cada una de las siguientes afirmaciones:

(i) El espacio $\text{Ker}L$ se calcula resolviendo la ecuación

$$x_n = x_{n+3} - x_{n+2} + 2x_n, \quad n \geq 0$$

(ii) $L(\{5^n\}_{n \geq 0}) = 160\{5^n\}_{n \geq 0}$.

3. Las funciones de oferta y demanda de un producto son

$$O(p) = 2 + p, \quad D(p) = 3 - 2p.$$

¿Cuánto vale la marginal de la oferta? ¿y el precio de equilibrio?
Se considera el modelo de la telaraña

$$D(p_n) = O(p_{n-1}), \quad n \geq 1.$$

¿Hay convergencia al equilibrio? Se supone $p_0 = 1$. Construye por un método gráfico (y con la mayor precisión posible) los precios p_1 y p_2 .

4. Decide para qué valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ se cumple que todas las soluciones de la ecuación

$$x_{n+4} + x_{n+2} + \alpha x_n = 0$$

convergen a cero.

5. Se parte de dos números a y b y se calcula su media aritmética m . A continuación se calcula la media aritmética de b y m , y así sucesivamente. Por ejemplo,

$$1, 2, 3/2, 7/4, 13/8, \dots$$

Demuestra que la sucesión resultante es convergente y expresa su límite en función de a y b . ¿Bajo qué condiciones sobre a y b se obtiene una sucesión monótona?