

**Universidad de Granada. Modelos matemáticos  
de septiembre de 2014. Convocatoria de Septiembre**

1. Dados dos números complejos  $x_0, x_1$ , se construye una sucesión  $\{x_n\}$  donde el término general se obtiene restando los dos números anteriores, es decir,  $x_2 = x_1 - x_0, x_3 = x_2 - x_1$  y así sucesivamente.

1.1) Escribe la ecuación en diferencias y da una expresión de la solución general. [2]

1.2) Calcula la solución particular con condiciones iniciales  $x_0 = 2, x_1 = 1$  y comprueba que es periódica, calculando el periodo. [3]

1.3) Se supone  $a, b \in \mathbb{R}$ . Para una ley de recurrencia general a dos pasos  $x_{n+2} = ax_{n+1} + bx_n$ , demuestra que la existencia de una solución periódica de periodo mínimo  $N \geq 3$  implica que todas las soluciones son periódicas del mismo periodo. [3]

1.4) Encuentra una ecuación del tipo descrito en 1.3) que tenga una solución periódica de periodo  $N = 2$  y otra solución que no sea periódica. [2]

2. 1. La evolución de una población estructurada en tres grupos viene dada por

$$X_{n+1} = AX_n, \quad X_n \in \mathbb{R}_+^3,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 6 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

2.1) Discute si el modelo cumple o no las condiciones del modelo de Leslie [2]

2.2) Demuestra que la matriz  $A$  tiene valor propio dominante  $\lambda_1 > 1$ . [3]

2.3) Estudia la evolución de la población a largo plazo. ¿Hay extinción? ¿Hay crecimiento ilimitado? [5]

3. Se construye una escala musical de 16 notas  $N_0, N_1, \dots, N_{15}$  de acuerdo a las leyes pitagóricas y se establece la convención de que la nota  $N_0$  en la primera octava sea de 400 Hz.

3.1) Calcula cuántos hercios tendrá la nota  $N_{15}$  en la primera octava. ¿Son consonantes las notas  $N_{15}$  y  $N_0$ ? [5]

3.2) Idénticas preguntas para  $N_{11}$  en una escala de doce notas  $N_0, \dots, N_{11}$ . [1]

3.3) ¿Qué escala es más ventajosa desde el punto de vista de la consonancia? [4]