

**Universidad de Granada. Modelos matemáticos
de septiembre de 2014. Convocatoria de Septiembre**

1. Dados dos números complejos x_0, x_1 , se construye una sucesión $\{x_n\}$ donde el término general se obtiene restando los dos números anteriores, es decir, $x_2 = x_1 - x_0, x_3 = x_2 - x_1$ y así sucesivamente.

1.1) Escribe la ecuación en diferencias y da una expresión de la solución general. [2]

1.2) Calcula la solución particular con condiciones iniciales $x_0 = 2, x_1 = 1$ y comprueba que es periódica, calculando el periodo. [3]

1.3) Se supone $a, b \in \mathbb{R}$. Para una ley de recurrencia general a dos pasos $x_{n+2} = ax_{n+1} + bx_n$, demuestra que la existencia de una solución periódica de periodo mínimo $N \geq 3$ implica que todas las soluciones son periódicas del mismo periodo. [3]

1.4) Encuentra una ecuación del tipo descrito en 1.3) que tenga una solución periódica de periodo $N = 2$ y otra solución que no sea periódica. [2]

2. 1. La evolución de una población estructurada en tres grupos viene dada por

$$X_{n+1} = AX_n, \quad X_n \in \mathbb{R}_+^3,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 6 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

2.1) Discute si el modelo cumple o no las condiciones del modelo de Leslie [2]

2.2) Demuestra que la matriz A tiene valor propio dominante $\lambda_1 > 1$. [3]

2.3) Estudia la evolución de la población a largo plazo. ¿Hay extinción? ¿Hay crecimiento ilimitado? [5]

3. Se construye una escala musical de 16 notas N_0, N_1, \dots, N_{15} de acuerdo a las leyes pitagóricas y se establece la convención de que la nota N_0 en la primera octava sea de 400 Hz.

3.1) Calcula cuántos hercios tendrá la nota N_{15} en la primera octava. ¿Son consonantes las notas N_{15} y N_0 ? [5]

3.2) Idénticas preguntas para N_{11} en una escala de doce notas N_0, \dots, N_{11} . [1]

3.3) ¿Qué escala es más ventajosa desde el punto de vista de la consonancia? [4]