

# MODELOS MATEMATICOS

## Examen de Septiembre - 10 de Septiembre de 2012

1. Una población de insectos está dividida en tres grupos de edad  $A, B, C$ . El grupo  $A$  lo componen insectos de entre 0 y 1 semana de edad, el grupo  $B$  de entre 1 y 2 semanas y el grupo  $C$  de 2 a 3 semanas. Suponemos que  $A_k, B_k, C_k$  representan el número de insectos al final de la  $k$ -ésima semana y que se dan las siguientes condiciones:

- Tasa de supervivencia: al término de una semana, sólo sobrevive el 10% del grupo  $A$  y el 40% del grupo  $B$ . Todos los miembros del grupo  $C$  mueren.
- Tasa de natalidad: sólo el grupo  $C$  es fértil y tiene un promedio de 5 descendientes.

Partiendo de una población inicial de 1000 insectos, todos del grupo  $A$ , calcula la población de cada grupo a la tercera semana. Calcula la evolución de la población a largo plazo. Calcula el número de descendientes que deberían tener los insectos del grupo  $C$  para que la población no se extinga ni crezca sin control.

2. Consideramos los tres problemas siguientes:

- la ecuación lineal de coeficientes complejos  $x_{n+1} = (1 - i)x_n - 2$  con condición inicial  $x_0 = 1$ .
- el sistema

$$u_{n+1} = u_n + v_n - 2$$

$$v_{n+1} = -u_n + v_n$$

con condiciones iniciales  $u_0 = 1, v_0 = 0$ .

- La ecuación de recurrencia a 2 términos  $u_{n+2} - 2u_{n+1} + 2u_n = 0$  con condiciones iniciales  $u_0 = 1, u_1 = -1$ .

Encuentra la relación que hay entre las soluciones de los tres problemas y resuelve el primero de ellos.

**3.** Se considera el grupo cociente  $\mathcal{P} = \mathbb{R}^+/\mathcal{D}$  donde  $(\mathbb{R}^+, \cdot)$  es el grupo multiplicativo de los reales positivos y  $\mathcal{D} = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$  es el subgrupo de las potencias de 2. Se sabe que  $Fa = g^{-1}$ ,  $Do = g^0$ ,  $Sol = g^1$ ,  $Re = g^2$ ,  $La = g^3$ ,  $Mi = g^4$ ,  $Si = g^5$  donde  $g = [\frac{3}{2}]$ . Calcula la frecuencia del  $Fa$  de la primera octava sabiendo que el  $La$  tiene  $440Hz$  en la primera octava. Encuentra otro  $Fa$  que sea más agudo.