EXAMEN DE ANALISIS DESCRIPTIVO DE DATOS ECONOMICOS. 18-FEBRERO-2005

APELLIDOS: NOMBRE:

D.N.I.: FIRMA: GRUPO: A -- B -- C -- D (rodee con un círculo su grupo)

INSTRUCCIONES:

- **Duración del examen: 2 horas y media.**
- **Cada pregunta corta vale 1'25 puntos. En cada problema figura su puntuación específica.**
- **En las preguntas cortas se ha habilitado un espacio en blanco para que justifique la respuesta (mediante las operaciones o demostraciones necesarias) y otro espacio en blanco para que escriba la respuesta. Redondee las respuestas finales a 4 decimales.**

1) Sea la variable Y = X + (1/2). La varianza de X es 4 y el coeficiente de variación de Pearson de X es igual a 8. Calcule para la variable Y la media, la varianza y el coeficiente de variación.

$Y = X + \frac{1}{2}$; $\bar{y} = \bar{x} + \frac{1}{2}$;

Para calcular $\bar{x}$: $CV_x = \frac{S_x}{\bar{x}}$; $8 = \frac{2}{\bar{x}}$; $\bar{x} = \frac{2}{8} = 0'25$

$\bar{y} = \bar{x} + \frac{1}{2} = 0'25 + 0'5 = 0'75$

$S_y^2 = S_x^2 = 4$; $S_y = S_x = 2$

$CV_y = \frac{S_y}{\bar{y}} = \frac{2}{0'75} = 2'6667$

Respuesta: $\bar{y} = 0'75$	Respuesta: $S_y^2 = 4$	Respuesta: $CV_y = 2'6667$

2) Dadas las rectas de regresión 4x + 16y = 0, 24x + 6y-45=0. Calcule qué proporción de las variaciones de la variable dependiente es explicada por la variable independiente.

$$\begin{cases} 4x + 16y = 0 \\ 24x + 6y - 45 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = \frac{-4x}{16} \\ x = \frac{-6y}{24} + \frac{45}{24} \end{cases}; \quad \begin{cases} y = -\frac{1}{4}x \\ x = -\frac{1}{4}y + \frac{15}{8} \end{cases}; \quad r^2 = R^2 = \left(-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{4}\right) = 0'0625$$

Respuesta: $R^2 = 0'0625$

3) En un país europeo la bombona de butano tenía un precio de 9 euros a 1 de enero de 2004. Se sabe que el precio de la bombona disminuyó un 4% en el primer trimestre del año 2004. Suponiendo que hubiera continuado esta tendencia durante el resto del año, calcule la tasa de variación anual equivalente.

$T_3 = -0'04$; $T_{12} = (1 + T_3)^4 - 1 = (1 - 0'04)^4 - 1 = 0'84934656 - 1 = -0'15065344$

Respuesta: $T_{12} = -0'1507$

4) A partir de los datos y resultados de la pregunta 3, estime el precio de la bombona a 31 de diciembre de 2005.

Precio estimado a final del segundo año: $Y_2 = Y_0(1 + T_{12})^2 = 9(1 - 0'15065344)^2 = 9 \cdot 0'721389579 = 6'492506211$

o bien: $Y_2 = Y_0(1 + T_3)^8 = 9(1 - 0'04)^8 = 9 \cdot 0'721389579 = 6'492506211$

Respuesta: $Y_2 = 6'4925$

5) El presidente del consejo de administración de cierta empresa francesa ha viajado a Wyoming en cuatro ocasiones en el último año. En los cuatro casos cambió la misma cantidad de euros. En las dos primeras ocasiones el dólar estaba a 0'90 euros, en la tercera a 0'85 euros y en la cuarta a 0'80 euros. Calcule el tipo de cambio medio.

$Tipo\ de\ cambio\ (x_i) = \frac{euros\ (e_i)}{dólares\ (n_i)}$

x_i	e_i	$\frac{e_i}{x_i} = n_i$	$x_i n_i = e_i$
0'90	k	k/0'90	k
0'90	k	k/0'90	k
0'85	k	k/0'85	k
0'80	k	k/0'80	k
	$\sum e_i = e = 4k$	$\sum \frac{e_i}{x_i} = \sum n_i = n$	$\sum x_i n_i = \sum e_i = = e = 4k$

$$H=\frac{e}{\sum \frac{e_i}{x_i}}=\frac{4k}{\frac{k}{0'90}+\frac{k}{0'90}+\frac{k}{0'85}+\frac{k}{0'80}}=\frac{4k}{k\left(\frac{1}{0'90}+\frac{1}{0'90}+\frac{1}{0'85}+\frac{1}{0'80}\right)}==\frac{4}{4'64869281}=0'860456942$$

o bien: $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i n_i=\frac{1}{\frac{k}{0'90}+\frac{k}{0'90}+\frac{k}{0'85}+\frac{k}{0'80}}(4k)=\frac{4}{4'64869281}=0'860456942$

Respuesta: 0’8605

6) La edad media de 5.000 estudiantes de la Facultad de CC. EE. y Empresariales de Granada es 21 años y la desviación típica 0’8 años. Calcule el número de estudiantes que tiene una edad comprendida entre 19 y 23 años.

$(\bar{x}-k\cdot S,\, \bar{x}+k\cdot S)$; proporción de observaciones dentro del anterior intervalo:

$$prop.\, dentro \geq 1-\frac{1}{k^2}$$

$(19, 23)$; $(21-2,\, 21+2)$; por comparación con el intervalo de arriba se deduce:

$k\cdot S=2$; $k\cdot 0'8=2$; $k=\frac{2}{0'8}=2'5$

$$prop.\, dentro \geq 1-\frac{1}{k^2}=1-\frac{1}{(2'5)^2}=0'84$$

$$num.\, oservaciones\ dentro \geq 0'84\cdot 5.000=4.200$$

Respuesta: 4.200

7) En la siguiente tabla se dan datos de una empresa respecto a los atributos A = formación de los empleados y B = nivel salarial de los empleados

	B_1	B_2	B_3
A_1	0	3	0
A_2	4	0	0
A_3	0	0	3

Calcule el coeficiente de contingencia χ^2

e_{ij}	B_1	B_2	B_3
A_1	1'2	0'9	0'9
A_2	1'6	1'2	1'2
A_3	1'2	0'9	0'9

$\frac{(e_{ij}-n_{ij})^2}{e_{ij}}$	B_1	B_2	B_3
A_1	1'2	4'9	0'9
A_2	3'6	1'2	1'2
A_3	1'2	0'9	4'9

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p}\frac{(e_{ij}-n_{ij})^2}{e_{ij}}=1'2+4'9+0'9+3'6+1'2+1'2+1'2+0'9+4'9=20$$

Respuesta: $\chi^2=20$

8) A partir del resultado obtenido en la pregunta 7, calcule el coeficiente de contingencia corregido de Pawlik

$$C=\sqrt{\frac{\chi^2}{n+\chi^2}}=\sqrt{\frac{20}{10+20}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$C_{\max}=\sqrt{\frac{k-1}{k}}=\sqrt{\frac{3-2}{3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$C_C=\frac{C}{C_{\max}}=\frac{\sqrt{2/3}}{\sqrt{2/3}}=1$$

Respuesta: $C_C=1$

PROBLEMAS:

1) [3 puntos] En la siguiente tabla se recogen los datos sobre salarios (en miles de euros mensuales) y sexo de los empleados de una empresa:

X / Y	Hombre	Mujer
1-2	10	10
2-3	20	15
3-5	15	10
5-7	10	3
7-9	5	2

Compare la dispersión en los salarios de la población de mujeres con la dispersión en los salarios de la población total.

X	x_i	$n_{i\cdot}$	$x_i\, n_{i\cdot}$	$x_i^2\, n_{i\cdot}$
1-2	1'5	20	30	45
2-3	2'5	35	87'5	218'75
3-5	4	25	100	400
5-7	6	13	78	468
7-9	8	7	56	448
		n = 100	351'5	1.579'75

$\bar{x} = \frac{351'5}{100} = 3'515$; $S_x^2 = \frac{1}{100}1579'75 - (3'515)^2 = 3'442275$; $S_x = 1'855336897$; $CV_x = \frac{1'855}{3'515} = 0'52783411$

X	x_i	n_{i2}	$x_i\, n_{i2}$	$x_i^2\, n_{i2}$
1-2	1'5	10	15	22'5
2-3	2'5	15	37'5	93'75
3-5	4	10	40	160
5-7	6	3	18	108
7-9	8	2	16	128
		$n_{\bullet 2} = 40$	126'5	512'25

$\bar{x}_2 = \frac{126'5}{40} = 3'1625$; $S_2^2 = \frac{1}{40}512'25 - (3'1625)^2 = 2'80484375$; $S_2 = 1'674766775$; $CV_2 = \frac{1'674766775}{3'1625} = 0'529570521$

$(CV_x = 0'52783411) < (CV_2 = 0'529570521)$ Hay menos dispersión en los salarios del conjunto de trabajadores de la empresa que en los salarios de las mujeres.

2) En los últimos años las ventas de una empresa, variable X_1 en millones de euros, los gastos en incentivos para el personal, variable X_2 en millones de euros, y el precio de venta del producto, variable X_3 en miles de euros, han sido tales que,

$\bar{X}_1 = 25$; $\bar{X}_2 = 2'5$; $\bar{X}_3 = 6'5$; $S_1^2 = 517$; $S_2^2 = 1'25$; $S_3^2 = 8'75$; $S_{12} = 24'5$; $S_{13} = -66'5$; $S_{23} = -3'25$.

A) [3 puntos] Para el próximo año se ha decidido invertir 5 millones en incentivos al personal y el precio de venta se ha fijado en 7.000 euros, dé una predicción para el volumen de ventas.

B) [2 puntos] Analice la bondad de la predicción.

C) [2 puntos] Interprete los coeficientes del modelo lineal que ha ajustado.

A)

$$L = \begin{pmatrix} 517 & 24'5 & -66'5 \\ 24'5 & 1'25 & -3'25 \\ -66'5 & -3'25 & 8'75 \end{pmatrix} ; \; L_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1'25 & -3'25 \\ -3'25 & 8'75 \end{vmatrix} = 0'375 ; \; L_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 24'5 & -3'25 \\ -66'5 & 8'75 \end{vmatrix} = 1'75 ;$$

$$L_{13} = (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 24'5 & 1'25 \\ -66'5 & -3'25 \end{vmatrix} = 3'5$$

$$0'375(x_1 - 25) + 1'75(x_2 - 2'5) + 3'5(x_3 - 6'5) = 0$$

$$0'375x_1 - 9'375 + 1'75x_2 - 4'375 + 3'5x_3 - 22'75 = 0$$

$$0'375x_1 + 1'75x_2 + 3'5x_3 - 36'5 = 0$$

$$0'375x_1 = -1'75x_2 - 3'5x_3 + 36'5$$

$$x_1 = -4'\widehat{6}x_2 - 9'\widehat{3}x_3 + 97'\widehat{3}$$

$$\hat{x}_1 \Big/_{x_2=5;x_3=7} = -4'\widehat{6}\cdot 5 - 9'\widehat{3}\cdot 7 + 97'\widehat{3} = 8'\widehat{6}$$

B) $R^2_{1/2,3} = 1 - \dfrac{S^2_{r1/2,3}}{S^2_1} = 1 - \dfrac{10'\widehat{6}}{517} = 1 - 0'02063185 = 0'979368149$;

donde previamente se ha calculado: $S^2_{r1/2,3} = \dfrac{L}{L_{11}} = \dfrac{4}{0'375} = 10'\widehat{6}$; siendo $L = 4$

C)

- Si X_2, incentivos al personal, aumenta (o disminuye) en 1 millón de euros, se estima que X_1, ventas, disminuiría (o aumentaría, respectivamente) en 4’667 millones de euros, suponiendo que X_3, precio, se mantuviera constante.
- Si X_3, precio, aumenta (o disminuye) en 1000 euros, se estima que X_1, ventas, disminuiría (o aumentaría, respectivamente) en 9’333 millones de euros, suponiendo que X_2, incentivos, se mantuviera constante.