

Óptica y Optometría: curso 1<sup>0</sup>-A,  
Asignatura: Matemáticas I  
Relación de ejercicios del tema 4  
Actualización: 13/12/2021, hora: 10:33:53

- Hallar base de los siguientes subespacios vectoriales y ampliar a una base del espacio vectorial  $\mathbb{R}^n$  correspondiente:
  - $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 3y = 0\}$ .
  - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y + 4z = 0\}$ .
  - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y + 4z = 0, 5x + 6y + 7z = 0\}$ .
- Hallar bases y ecuaciones cartesianas de los siguientes subespacios, y de sus subespacios ortogonales:
  - $U = \langle (2, 3) \rangle$ .
  - $U = \langle (4, 5) \rangle$ .
  - $U = \langle (1, 2, 3) \rangle$ .
  - $U = \langle (1, 2, 3), (0, 2, 3) \rangle$ .
- Hallar bases y ecuaciones cartesianas de los siguientes subespacios, y de sus subespacios ortogonales:
  - $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x + 3y = 0\}$ .
  - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -2x + 3y + 4z = 0\}$ .
  - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y + 4z = 0, -x - y'z = 0\}$ .
- Probar que  $\{(1, 2, 3), (1, 2, 0), (0, 2, 1), (2, 0, 0)\}$  es un sistema de generadores de  $\mathbb{R}^3$  y obtener un subconjunto suyo que sea base de  $\mathbb{R}^3$ .
- Probar que  $\{(1, 11), (11, 111)\}$  es una base de  $\mathbb{R}^2$ .
- Extender  $\{(1, 2, 3), (0, 2, 3)\}$  a una base de  $\mathbb{R}^3$  y hallar las coordenadas del vector  $(1, 1, 1)$  respecto de dicha base.
- Si un vector e  $\mathbb{R}^3$  tiene coordenadas  $(1, 1, 1)$  respecto de la base  $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ , ¿qué coordenadas tiene respecto de la base  $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (-1, 0, 0)\}$ ?
- Estudiar para qué valores de  $a$ , los vectores  $\{(1, 2, 3), (1, 2, 0), (a, 0, 2)\}$  forman una base de  $\mathbb{R}^3$ .

9. Discutir según los valores de  $a$  y  $b$ , la dimensión del subespacio

$$U = \langle (1, a, 3), (0, b, 1), (1, 0, b) \rangle .$$

En cada caso, hallar las ecuaciones cartesianas del subespacio.

10. Discutir según los valores de  $a$ , la dimensión del subespacio

$$U = \langle (1, a, -2), (1, 1, a), (1, 2, 2) \rangle .$$

En cada caso, hallar las ecuaciones cartesianas del subespacio.

11. Consideramos las bases

$$B = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}, \quad B' = \{(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}.$$

Hallar todos los vectores de  $\mathbb{R}^3$  que tienen las mismas coordenadas en ambas bases.

12. Sea  $v = (1, 1, 1)$ . Hallar una base de  $\mathbb{R}^3$  de manera que  $v$  tenga coordenadas  $(1, 0, 0)$ . ¿y para que las coordenadas sean  $(1, 1, 0)$ ?
13. Sea  $v = (1, 2)$ . Hallar, si es posible, una base de  $\mathbb{R}^2$  de manera que  $v$  tenga coordenadas  $(2, 1)$ .
14. Hallar una base y ecuaciones cartesianas del subespacio  $U^\perp$ , donde  $U = \langle (1, 2, 3), (0, 0, 1) \rangle$ . Extender la base a una de  $\mathbb{R}^3$  y hallar las coordenadas del vector  $(1, 2, 0)$ .
15. Probar que  $B = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1)\}$  es una base de  $\mathbb{R}^2$ . Hallar las coordenadas de la base usual respecto de  $B$ . Hallar las coordenadas de  $B$  respecto de la base usual.