

Tema 2- Curso 1⁰-B, Ciencias Ambientales

Asignatura: Matemáticas

Fecha: 25 de noviembre de 2020

Actualización: 24/11/2020, hora: 18:26:19

Ejercicio resuelto 1. Hallar una primitiva de $f(x) = (x + 2)\ln(x)$ para que la gráfica pase por el punto $(1, 0)$.

SOLUCIÓN. Primero hacemos la integral, que es por partes (ya se ha hecho una parecida):

$$u = \ln(x) \rightsquigarrow du = \frac{1}{x}.$$

$$dv = x + 2 \rightsquigarrow v = \frac{x^2}{2} + 2x.$$

$$\begin{aligned} \int (x+2)\ln(x) dx &= \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\ln(x) - \int \frac{1}{x} \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\ln(x) - \int \left(\frac{x}{2} + 2\right) dx \\ &= \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\ln(x) - \frac{x^2}{4} - 2x + c. \end{aligned}$$

Evaluamos en $x = 1$ e igualamos a 0:

$$0 = \left(\frac{1^2}{2} + 2 \cdot 1\right)\ln(1) - \frac{1^2}{4} - 2 \cdot 1 + c = -\frac{1}{4} - 2 + c = -\frac{9}{4} + c,$$

luego $c = 9/4$ y la primitiva es

$$\left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\ln(x) - \frac{x^2}{4} - 2x + \frac{9}{4}.$$

Ejercicio resuelto 2. Hallar una primitiva de

$$f(x) = \frac{x^2}{(1+x^2)^{3/2}} dx$$

para que la gráfica pase por el punto $(2, 0)$.

SOLUCIÓN. Primero hacemos la integral, que es por sustitución ya que la derivada de $1+x^3$ es $3x^2$ que sale arriba:

$$t = 1 + x^3 \rightsquigarrow dt = 3x^2 dx \rightsquigarrow dx = \frac{1}{3x^2} dt.$$

$$= \int \frac{x^2}{t^{3/2}} \frac{dt}{3x^2} = \frac{1}{3} \int t^{-3/2} dt = \frac{1}{3} \frac{t^{-1/2}}{-1/2} + c = \frac{1}{3} \frac{(1+x^3)^{-1/2}}{-1/2} + c.$$

Evaluamos en $x = 2$ e igualamos a 0:

$$0 = -\frac{2}{3}(1+2^3)^{-1/2} + c = -\frac{2}{3} \frac{1}{3} + c = -\frac{2}{9} + c,$$

luego $c = 2/9$ y la primitiva es

$$-\frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} + \frac{2}{9}.$$