Tema 2- Curso 1^0-B, Ciencias Ambientales
Asignatura: Matemáticas
Fecha: 24 de noviembre de 2020
Actualización: 24/11/2020, hora: 18:08:39

Ejercicio resuelto 1. *Halla el área de la región limitada por las curvas* $y = x^2$ *e* $y = -x^2 + 2x$.

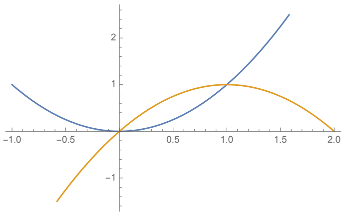

Figura 1: En azúl la parábola x^2 y en naranja la parábola $y = -x^2 + 2x$

SOLUCIÓN. Calculamos los puntos de corte entre ambas parábolas:

$$x^2 = -x^2 + 2x \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1.$$

Vemos cuál está por encima. Cogemos el valor $1/2$. Para la primera, es $1/4$ y para la segunda, $3/4$, luego la segunda está por encima. Por tanto,

$$\text{área} = \int_0^1 (-x^2 + 4x) - (x^2))\,dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 = \frac{1}{3}.$$

$\square$

Ejercicio resuelto 2. *Halla la primitiva de la función* $f(x) = x\arctan(x)$ *para que la gráfica de la misma pase por el punto* $(0, \pi)$. .

SOLUCIÓN. Primero hacemos la integral, que claramente es por partes:

$$u = \arctan(x) \rightsquigarrow du = \frac{1}{1+x^2},$$

$$dv = x\,dx \rightsquigarrow v = \int x\,dx = \frac{x^2}{2}.$$

Por tanto,

$$\int x\arctan(x)\,dx = \frac{x^2}{2}\arctan(x) - \frac{1}{2}\int \frac{x^2}{1+x^2}\,dx.$$

La última integral es de una función racional, así que dividimos, obteniendo:

$$\frac{x^2}{1+x^2} = 1 - \frac{1}{1+x^2}.$$

Entonces

$$= \frac{x^2}{2}\arctan(x) - \frac{1}{2}\left(x - \arctan(x)\right) + c.$$

El valor de la constante c se hace gracias a que nos dicen que la función pasa por $(0,\pi)$, luego evaluamos en 0 e igualamos a π:

$$\pi = \frac{0^2}{2}\arctan(0) - \frac{1}{2}\left(0 - \arctan(0)\right) + c = c,$$

luego $c = \pi$ y la primitiva que piden es

$$\frac{x^2}{2}\arctan(x) - \frac{1}{2}\left(x - \arctan(x)\right) + \pi.$$

$\square$