Tema 1- Curso 1^0-B, Ciencias Ambientales
Asignatura: Matemáticas
Fecha: 19 de octubre de 2020
Actualización: 19/10/2020, hora: 09:08:25

Ejercicio resuelto 1. Hallar los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2, & x < 1 \\ bx + \frac{2}{x}, & x \geq 1. \end{cases}$$

sea derivable en $x = 1$, y hallar la derivada en dicho punto. de monotonía y las asíntotas de

Solución. En primer lugar, la función tiene que ser continua. Hallamos los límites laterales en $x = 1$ porque la función tiene diferente comportamiento a izquierda y a derecha,

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} (x^3 + ax^2) = 1 + a,$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (bx + \frac{2}{x}) = b + 2.$$

Por tanto, es necesario que $1 + a = b + 2$, es decir, $a - b = 1$.

Calculamos la derivada de la función. De nuevo, los diferentes comportamientos de f hace que las cuentas sean diferentes a ambos lados:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2ax, & x < 1 \\ b - \frac{2}{x^2}, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 1^-} f'(x) = \lim_{x \to 1^-} (3x^2 + 2ax) = 3 + 2a,$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (b - \frac{2}{x^2}) = b - 2.$$

Así, $3 + 2a = b - 2$, es decir, $2a - b = -5$. Esta ecuación, junto la que había salido antes, nos da los valores de a y b que resuelven el ejercicio: $a = -6$ y $b = -7$.

Ejercicio resuelto 2. De un terreno, se quiere vender un sola rectangular de 12800 metros cuadrados que a su vez se divide en tres parcelas rectangulares igualmente, una al lado de la otra. Si se quiere vallar las lindes de las tres parcelas (el borde de fuera y las separaciones de las parcelas), hallar las dimensiones del solar.

Solución. Se llama x el lado superior del terreno e y el del lado. Ya que el solar se divide a su vez en tres iguales, entonces hacemos divisiones de $x/3$. Por tanto la longitud del solar, así como la de las lindes, es: $2x+2y$ por el borde exterior, y hay que sumarle $2y$ por las dos lindes interiores. Por tanto, es $2x+4y$. Por otro lado la superficie del solar es $xy = 12800$. De aquí, $y = 12800/x$ y la función que determina la longitud es

$$f(x) = 2x+4y = 2x+4\cdot\frac{12800}{x} = 2x+\frac{51200}{x}.$$

La primera derivada es

$$f'(x) = 1-\frac{51200}{x^2},$$

obteniendo $x = \pm 160$. La segunda derivada es

$$f''(x) = \frac{102400}{x^3}.$$

Como el valor $x = -160$ no tiene sentido, sustituimos por $x = 160$, y viendo que $f''(160) > 0$, luego es un mínimo.

Por tanto las medidas son $x = 160$ e $y = 12800/160 = 80$.