Tema 2- Curso 1^0-B, Ciencias Ambientales
Asignatura: Matemáticas
Fecha: 17 de noviembre de 2020
Actualización: 18/11/2020, hora: 21:05:54

Ejercicio resuelto 1.

$$\int \sin^4 x\, dx.$$

SOLUCIÓN. Como el exponente es par, lo que hacemos es usar las fórmulas de ángulo doble. Como

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} \Rightarrow \sin^4 x = \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{1+\cos^2 2x - 2\cos 2x}{4}.$$

$$\int \sin^4 x\, dx = \frac{1}{4}\int (1+\cos^2 2x - 2\cos 2x)\, dx = \frac{1}{4}(x - \frac{1}{2}\sin 2x) + \frac{1}{2}\int \cos^2 2x\, dx.$$

Para la integral que queda, usamos de nuevo la fórmula del ángulo doble

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}.$$

$$\int \cos^2 2x\, dx = \int \frac{1+\cos 4x}{2}\, dx = \frac{1}{2}(x + \frac{1}{8}\sin 4x) + c.$$

□

Ejercicio resuelto 2. *Hallar*

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x}\, dx.$$

SOLUCIÓN. Hacemos $t = \sin x$, $dt = \cos x\, dx$.

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x}\, dx = \int \frac{t^3}{\cos^2 x}\, dt = \int \frac{t^3}{1-t^2}\, dt.$$

El integrando s una función racional. Dividimos:

$$\int \frac{t^3}{1-t^2}\, dt = \int -t + \frac{t}{1-t^2}\, dt = -\frac{t^2}{2} + \int \frac{t}{1-t^2}\, dt.$$

$$\frac{t}{1-t^2} = \frac{A}{1-t} + \frac{B}{1+t} = \frac{A(1+t)+B(1-t)}{1-t^2}$$

$$t = A(1+t) + B(1-t) \Rightarrow A = \frac{1}{2}, B = -\frac{1}{2}.$$

Luego, la integral es

$$= -\frac{t^2}{2} - \frac{1}{2}\ln(1-t) - \frac{1}{2}\ln(1+t) + c = -\frac{\sin^2 x}{2} - \frac{1}{2}\ln(1-\sin x) - \frac{1}{2}\ln(1+\sin x) + c.$$

□

Ejercicio resuelto 3. *Hallar*

$$\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx.$$

SOLUCIÓN. Hacemos $t = \sin x$, así $dt = \cos x \, dx$, luego

$$\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx = \int t^3 \cos^2 x \, dt = \int t^3 (1-t^2) \, dt = \frac{t^4}{4} - \frac{t^6}{6} + c = \frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^6 x}{6} + c.$$

□