Tema 1- Curso 1^0-B, Ciencias Ambientales
Asignatura: Matemáticas
Fecha: 16 de octubre de 2020
Actualización: 16/10/2020, hora: 08:46:24

Ejercicio resuelto 1. Hallar los intervalos de monotonía y las asíntotas de

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x}.$$

Solución.

1. Hallamos la primera derivada, y luego igualamos a cero. Como es un cociente,

$$f'(x) = \frac{2x \cdot x - 1 \cdot (x^2+1)}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}.$$

Entonces $x^2 - 1 = 0$ implica $x = 1$ y $x = -1$. Para los intervalos de monotonía, hay que tener en cuenta la discontinuidad de la función en $x = 0$. Y por tanto, $x = -1$

	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,1)$	$(1,\infty)$
signo f'	+	-	-	+
función	creciente	decreciente	decreciente	creciente

es un máximo relativo y $x = 1$ es un mínimo relativo.

2. *a*) Como la función no está definida en $x = 0$, y

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{0} = \infty,$$

se concluye que $x = 1$ es una asíntota vertica.

b) Como

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+1}{x} = \infty,$$

no tiene horizontales.

c) Si $y = mx + n$ es una asíntota oblicua, entonces

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{x^2+1}{x}}{x} = \frac{x^2+1}{x^2} = 1.$$

Por otro lado,

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+1}{x} - 1 \cdot x = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x} = 0.$$

De aquí se concluye que $y = x$ es una asíntota oblicua por ambos lados.

Ejercicio resuelto 2. Estudiar según el valor de a,

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - a\sin x}{x^2}.$$

Solución. Tanto el numerador como el denominador son funciones continuas, luego sustituimos en $x = 0$, obteniendo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - a\sin x}{x^2} = -\frac{a\cdot 0}{0}.$$

Por tanto, si $a \neq 0$, el límite es infinito. En el caso de $a = 0$, tenemos una indeterminación del tipo $0/0$, y lo hacemos por la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin x}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos x}{2x} = \frac{0}{0}.$$

De nuevo usamos L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos x}{2x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{2} = 0.$$