

Tema 1- Curso 1⁰-B, Ciencias Ambientales
 Asignatura: Matemáticas
 Fecha: 13 de octubre de 2020
 Actualización: 25/10/2020, hora: 16:41:32

Ejercicio resuelto 1. Hallar los intervalos de monotonía y extremos relativos de $f(x) = e^x(\cos x + \sin x)$.

Solución. Hallamos la primera derivada e igualamos a cero.

$$f'(x) = e^x(\cos x + \sin x) + e^x(-\sin x + \cos x) = 2e^x \cos x.$$

Si $2e^x \cos x = 0$, y como $e^x > 0$, tenemos $\cos x = 0$. De aquí $x = \pi/2$ y $x = 3\pi/2$, y múltiplos enteros de 2π . Los intervalos de monotonía serán $(0, \pi/2)$, $(\pi, 3\pi/2)$ y $(3\pi/2, 2\pi)$, porque luego son todos múltiplos enteros de 2π . Damos ahora valores intermedios: Por

	$(0, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$	$(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$
signo f'	+	-	+
función	creciente	decreciente	creciente

tanto $x = \pi/2$ es un máximo relativo y $x = 3\pi/2$ es un mínimos relativo.

Ejercicio resuelto 2. Se considera la función $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - \frac{1}{2}x + c & -1 < x < 0 \\ \sqrt{1-x} & 0 \leq x < 1. \end{cases}$$

Hallar el valor c para que la función sea derivable y hallar, en su caso, la derivada de la función.

Solución. La función es derivable a trozos, y el único punto problemático es $x = 0$, porque la función se comporta diferente a ambos lados. Estudiamos primero la continuidad, que es condición necesaria.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 2x^2 - \frac{1}{2}x + c = c.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{1-x} = 1.$$

Por tanto c tiene que ser 1, $c = 1$.

Ahora hallamos la derivada en $x = 0$ para el valor $c = 1$. De nuevo a trozos:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 4x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} = -\frac{1}{2}.$$

Por tanto, la función es derivable en $x = 0$ si $c = 1$ y la derivada es

$$f(x) = \begin{cases} 4x - \frac{1}{2} & -1 < x < 0 \\ -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} & 0 \leq x < 1. \end{cases}$$