

Tema 1- Curso 1⁰-B, Ciencias Ambientales
 Asignatura: Matemáticas
 Fecha: 5 de octubre de 2020
 Actualización: 05/10/2020, hora: 07:06:22

Ejercicio resuelto 1. Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+3} - \sqrt{5x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2+1} - \sqrt{2x^2+x}.$$

Solución. En ambos casos son indeterminaciones del tipo $\infty - \infty$ ya que los grados son los mismos a ambos lados¹ del signo $-$: en el primer caso, los grados están determinados por $\sqrt{x} \rightarrow 1/2$, y en el segundo por $\sqrt{x^2} \rightarrow 1$.

1.

$$\sqrt{2x+3} - \sqrt{5x} = \sqrt{2x+3} - \sqrt{5x} \cdot \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{5x}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{5x}} = \frac{-3x+3}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{5x}}.$$

Por tanto,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+3} - \sqrt{5x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+3}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{5x}} = -\infty,$$

porque el grado del numerador es 1 y el del denominador 1/2.

2.

$$\sqrt{2x^2+1} - \sqrt{2x^2+x} = (\sqrt{2x^2+1} - \sqrt{2x^2+x}) \cdot \frac{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2x^2+x}}{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2x^2+x}} = \frac{1-x}{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2x^2+x}}.$$

Por tanto,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2+1} - \sqrt{2x^2+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x}{\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2x^2+x}} = \frac{-1}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Ejercicio resuelto 2. Hallar

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right).$$

¹Diferente sería

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+3} - \sqrt{5x^2+1} = -\infty$$

porque el grado del primero es 1/2 y el del segundo 1, o

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2+3} - \sqrt{5x} = +\infty$$

donde el grado del primero es 1 y el del segundo 1/2.

Solución. Al sustituir por $x = 1$, nos queda $\infty - \infty$. Lo que hacemos es “simplificar” la expresión. Ya que $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$,

$$\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} = \frac{2 - 1 \cdot (x + 1)}{x^2 - 1} = \frac{-(x - 1)}{x^2 - 1} = -\frac{1}{x + 1}.$$

Por tanto,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} -\frac{1}{x + 1} = -\frac{1}{2}.$$