

Tema 3- Curso 1⁰-B, Ciencias Ambientales

Asignatura: Matemáticas

Fecha: 2 de diciembre de 2020

Actualización: 02/12/2020, hora: 09:08:04

Ejercicio resuelto 1. Resolver la ecuación matricial $AX = 0$, donde 0 es de orden 3×2 y

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

SOLUCIÓN. Para poder multiplicar A por X , X es de orden $3 \times m$, quedando una matriz $3 \times m$. Como 0 es de orden 3×2 , entonces X es de orden 3×2 . Escribimos:

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}.$$

Entonces

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} a+2c+3e & b+2d+3f \\ e & f \\ -a+c+e & -b+d+f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Tenemos 6 ecuaciones. Es claro que $e = f = 0$, luego sustituyendo en las otras tenemos

$$a + 2c = 0, b + 2d = 0, -a + c = 0, -b + d = 0.$$

De la primera y tercera, sumando, tenemos $c = 0$, luego $a = 0$. De la segunda y cuarta ecuación, sumando, se tiene $d = 0$, luego $b = 0$. La solución es

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio resuelto 2. El mismo ejercicio que antes, pero ahora

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

SOLUCIÓN. El razonamiento es idéntico, excepto en el producto AX , que es ahora:

$$AX = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} a+2c+3e & b+2d+3f \\ e & f \\ a+2c+e & b+2d+f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Como antes $e = f = 0$, y las otras ecuaciones son:

$$a+2c=0, b+2d=0, a+2c=0, b+2d=0,$$

o lo que es lo mismo, ya que dos están repetidas,

$$\begin{cases} a+2c=0 \\ b+2d=0 \end{cases}$$

Si escribimos $a = -2c$ y $b = -2d$, ahora la matriz X es

$$X = \begin{pmatrix} -2c & -2d \\ c & d \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

donde c y d son arbitrarios. Por tanto, tenemos infinitas soluciones, tantas como valores demos a c y d , por ejemplo,

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -20 & 0 \\ 10 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$