Tema 1- Curso 1^0-B, Ciencias Ambientales
Asignatura: Matemáticas
Fecha: 2 de octubre de 2020
Actualización: 03/10/2020, hora: 11:28:03

Ejercicio resuelto 1. Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{5x^3+2x^2-1}{2x+3}, \quad \lim_{x\to-\infty}\frac{2x^3+3x+2}{5x^2+x}.$$

Solución. Como son límites en el infinito y las funciones son cocientes de polinomios, sólo nos tenemos que fijar en el grado de cada uno de los polinomios (indeterminación de tipo $\frac{\infty}{\infty}$. Como en ambos casos el grado de arriba (3) es mayor que el de abajo (2), el límite es ∞. Sólo queda saber si es $+\infty$ o $-\infty$. Para ello tenemos que mirar el signo de los coeficientes líderes(5 y 2e en el primer caso, y 2 y 5 en el segundo) así como si el grado es par o impar.

1. En el primer caso, como el límite es en $+\infty$, da igual si es par o impar. Como los coeficientes son positivos, el límite es $+\infty$.

2. Para el numerador, el grado es impar, luego el signo es negativo, y abajo lo mismo. El signo del coeficiente líder (-5) is negativo, y el de abajo (2) es positivo. Por tanto el signo final es negativo y el límite es $-\infty$. Así,

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^3+3x+2}{5x^2+x}\text{signo}(\frac{2}{5})\text{signo}\left(\frac{(-\infty)^3}{(-\infty)^2}\right)\infty.$$

Como conclusión,

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{5x^3+2x^2-1}{2x+3}=+\infty, \quad \lim_{x\to-\infty}\frac{2x^3+3x+2}{5x^2+x}=-\infty.$$

Ejercicio resuelto 2. Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+2}-x+3), \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{27x^3-2x+3}}{x+1}.$$

Solución. 1. Para el primer límite, al sustituir por $+\infty$, queda $\infty-\infty$, y con el mismo orden[1], por tanto es una indeterminación. Lo que hacemos es multiplicar y dividir por la misma

[1]Diferente hubiera sido

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^3+x+2}-x+3)$$

porque el primer término, y mirando el coeficiente líder del radicando, el grado viene dado por $(x^3+x+2)^{1/2}\to x^{3/2}$ que es mayor que el de $-x$, que es 1. En tal caso, el límite sería $+\infty$. O también,

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x+2}-x+3)$$

donde el grado del primero viene dado por $(x+2)^{1/2}\to x^{1/2}$. Al ser menor, nos tenemos que fijar en $-x$, que es mayor. Luego el límite sería $-\infty$.

expresión pero con $+$:

$$(\sqrt{x^2+x+2}-x+3)\frac{\sqrt{x^2+x+2}+(x-3)}{\sqrt{x^2+x+2}+(x-3)}=\frac{(x^2+x+2)-(x-3)^2}{\sqrt{x^2+x+2}+(x-3)}=\frac{7x-7}{\sqrt{x^2+x+2}+(x-3)}.$$

Por tanto,

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+2}-x+3)=\lim_{x\to+\infty}\frac{7x-7}{\sqrt{x^2+x+2}+(x-3)}=\frac{7}{\sqrt{1}+1}=\frac{7}{2},$$

donde para calcular el límite nos fijamos en los coeficiente de los grados mayores.

2. Al sustituir por $+\infty$ y mirando los de grado mayor, nos quedaría,

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{27x^3-2x+3}}{x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{27x^3}}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{27}}{1}=3,$$

ya que el grado del numerador y numerador coincide con 1.

Diferente hubiera sido

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{27x^4-2x+3}}{x+1}=+\infty$$

o

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{27x-2x+3}}{x+1}=0.$$