Tema 8:

APLICACIONES AFINES

Prof. Rafael López Camino
Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Granada

Material docente para el alumno
Asignatura: Geometría I. Curso 2003/04
Licenciatura: Matemáticas (Plan 2000)
Universidad de Granada

1. Hallar la dimensión del subespacios de puntos fijos de la aplicación $f(x, y, z) = (x + y + 1, x - z, x + y + z - 1)$. Hallar un conjunto de puntos afinmente independientes del mismo que generen dicho subespacio.

2. Hallar la homotecia de $\mathbb{R}^3$ que lleva los puntos $P = (1, 0, -1)$ y $Q = (0, 1, 2)$ en $P' = (2, 5, 0)$ y $Q' = (0, 5, 2)$ respectivamente.

3. Se consideran los subespacios afines de $\mathbb{R}^4$ dados por
$$S = (1, 0, 1, 0)+ < (1, 0, 0, 0), (1, 1, 0, 0) >$$
$$T = (0, 1, 1, 1)+ < (1, 1, 1, 0), (1, 1, 1, 1) > .$$
Probar que están en suma directa. Hallar la proyección sobre T paralela a S y la simetría respecto de S paralela a T.

4. Se consideran t_v y $h_{a,\lambda}$ la traslación de vector de traslación $v = (1, 2, 3)$ y la homotecia centro $(1, 0, -1)$ y razón 2 respectivamente. Sea ahora la recta L dada por
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+2}{3}.$$
Hallar las ecuaciones cartesianas de $t_v(L)$ y $h_{a,\lambda}(L)$.

5. Hallar las afinidades de $\mathbb{R}^2$ que llevan las rectas L_1, L_2 y L_3 en L_2, L_3 y L_1 donde L_1, L_2 y L_3 son erspectivamente, $x + y = 1$, $x + 2y = 0$, $4x - y = 2$.

6. En $\mathbb{R}^2$, sean L y S dos rectas que se cortan. Hallar las afinidades que tienen a L como una recta de puntos fijos y que deja invariantes a S.

7. Hallar el punto simétrico de $(1, 2, 3)$ respecto del plano $x + y + z = 1$ paralelamente a la dirección $< (1, 1, 2) >$.

8. Hallar la proyección del punto $(1, 2, 3)$ sobre la recta
$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{7}$$
y paralelamente al plano $x + y + z = 1$.

9. Probar que la aplicación

$$f(x,y,z)=\left(\frac{x+y+z+1}{2},-x+2y+z+1,\frac{3x-2y-z-3}{2}\right)$$

es afín. Probar que $f\circ f=f$ y hallar el subespacio respecto del cual es proyección.

10. Se consideran los subespacios de $\mathbb{R}^3$ dados por $S=<\{(1,0,1),(0,1,1),(1,1,1)\}>$ y $T=<\{(1,2,3),(2,-1,0)\}>$. Probar que están en suma directa. Hallar la proyección π sobre T paralela a S y la simetría σ respecto de S paralela a T. Estudiar si $\pi\circ\sigma$ es una simetría o proyección afín.

11. Estudiar si la aplicación $f:\mathbb{R}^3\rightarrow\mathbb{R}^3$ dada por $f(x,y,z)=(2y+x,-y,2-z)$ es afín. Hallar un conjunto afinmente independientes que generen el subespacio de puntos fijos. Estudiar también si es una proyección o una simetría afín. En tal caso, hallar los subespacios que determinan la aplicación.

12. Hallar la simetría central de $\mathbb{R}^3$ que lleva el punto $(1,2,3)$ en el punto $(2,-1,0)$.