GEOMETRÍA I. Examen de septiembre

– Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas –

Curso 2012/13

<u>Nombre</u>:

1. (a) Sea $\{e_1, e_2, e_3\}$ una base de un espacio vectorial V. Dependiendo de los valores de λ, estudiar si $\{e_1 + \lambda e_2, e_2 + e_3\}$ es base de V.

   (b) Sea $\omega \in V^*$, $\omega \neq 0$. Probar que $dim(Ker(\omega)) = dim(V) - 1$.

   (c) Dar un ejemplo, si es posible, de un S.E.L. de 2 ecuaciones y 3 incógnitas, que sea compatible determinado. Lo mismo, pero con 3 ecuaciones y 2 incógnitas

2. Se consideran los subespacios vectoriales de $V = \{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 : a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$, dados por

$$U = \{p[x] \in V : p[1] = 0, p'[1] = 0\}, \quad W = \{p[x] \in V : p''[1] = 0\}.$$

   Hallar bases de U y W. Estudiar si $V = U \oplus W$.

3. Se considera el subespacio vectorial de $M_2(\mathbb{R})$ dado por

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) : a_{11} + a_{22} = 0, a_{12} + a_{21} = 0 \right\}.$$

   Definir un endomorfismo $f : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ tal que $Ker(f) = Im(f) = U$. Hallar la imagen mediante f de de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

RAZONAR todas las respuestas. Todas las preguntas puntúan lo mismo.