

Tema 5:

DERIVACIÓN

Prof. Rafael López Camino
Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Granada



Material docente para el alumno

Asignatura: Fundamentos matemáticos para el estudio
del medio ambiente. Curso 2004/05

Licenciatura: Ciencias ambientales
Universidad de Granada

1. Calculad las derivadas de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} a) f(x) &= \text{sen}(\sqrt{x}) & b) f(x) &= \frac{\text{sen}(1/x)}{\ln(x)} \\ c) f(x) &= \frac{x - \text{arctg}(x)}{(\text{sen}(x))^3} & d) f(x) &= e^{\text{sen}(x)} \end{aligned}$$

2. Usando la definición de derivada, hallad la derivada de $f(x) = \sqrt{x}$.

3. Hallad la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = \frac{(x+1)e^x}{x+2}$ en el punto $x = 0$.

4. Estudiad los intervalos de monotonía de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} a) f(x) &= \frac{x}{\ln(x)} & b) f(x) &= x\sqrt{x-x^2} \\ c) f(x) &= x - e^x & d) f(x) &= x + \cos(x) \text{ en } [0, 2\pi] \end{aligned}$$

5. Hallad los extremos relativos de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} a) f(x) &= e^x + e^{-x} & b) f(x) &= x\text{sen}(x) + \cos(x) - \frac{1}{4}x^2 \text{ en } [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ c) f(x) &= x - e^x & d) f(x) &= x + \cos(x) \text{ en } [0, 2\pi] \\ e) f(x) &= (x^2 - 2x)\ln(x) - \frac{3}{2}x^2 + 4x & f) f(x) &= x - \ln(1 + x^2) \end{aligned}$$

6. Hallad los valores máximo y mínimo de las funciones dadas en los intervalos que se indican:

$$\begin{aligned} a) f(x) &= \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x, x \in [0, 3] & b) f(x) &= \ln(x^2 - 9), x \in (3, \infty) \\ c) f(x) &= x^5 + x + 1, x \in [-1, 1] & d) f(x) &= \frac{x}{x^2 - 1}, x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \end{aligned}$$

7. Hallad mediante la regla de L'Hôpital los siguientes límites:

$$\begin{aligned} a) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\text{tg}(x)}{\text{tg}(5x)} & & b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\cos(x) - \text{sen}(x)}{x^3} & & c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x^n} \\ d) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos(x))\cotg(x) & & e) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \text{tg}(x))^{1/x^2} & & f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \cos(x) - 1}{(\text{sen}(x))^2} \\ g) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln(x)} - \frac{1}{x-1} & & h) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2 + 3^x)}{\sqrt{2 + 3x^2}} \end{aligned}$$

8. Estudiad la gráfica de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} a) f(x) &= \frac{x}{1 + \ln(x)} & b) f(x) &= \frac{x^3}{x^2 + 9} \\ c) f(x) &= \frac{1}{(x - 1)^2} & d) f(x) &= e^x + e^{-x} \end{aligned}$$

9. Una persona quiere cortar un trozo de alambre de 1 metro de largo en dos trozos: uno se va a doblar de forma circular y el otro, en forma de cuadrado. ¿Cómo debe cortar el alambre para que la suma de áreas sea mínima?
10. Un agricultor estima que si planta 60 naranjos, obtendrá una cosecha media de 400 naranjas por árbol. Este número bajará 4 unidades por cada árbol más que plante en el mismo terreno. Hallad el número de árboles óptimo para asegurarse la máxima cosecha.
11. Hallad las medidas de una cilíndrica de volumen 64 de forma que la cantidad de metal utilizada en su elaboración sea mínima.