

Tema 3:

DIAGONALIZACIÓN

Prof. Rafael López Camino
Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Granada



Material docente para el alumno

Asignatura: Fundamentos matemáticos para el estudio
del medio ambiente. Curso 2004/05

Licenciatura: Ciencias ambientales
Universidad de Granada

1. Comprobad si los números y los vectores dados son valores y vectores propios de las matrices dadas:

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $\lambda = 3$, $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(b) $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & -7 \\ 6 & 5 & -6 \\ 12 & 6 & -11 \end{pmatrix}$, $\lambda = -2$, $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2. Estudiad si las siguientes matrices son o no diagonalizables, y en el caso de que lo sean, calculad sus matrices P y D y los subespacios propios.

(a) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ (b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $C = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ (d) $D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(e) $E = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ (f) $F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

3. Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & -1 & b \\ -1 & 1 & c \end{pmatrix}$$

- (a) Si $v = (1, 1, 1)$ es un vector propio de valor propio asociado $\lambda = 1$, calculad a, b y c .
(b) Calculad los valores propios de A y sus subespacios propios.
(c) Demostrad que A es diagonalizable y calculad las matrices P y D .
4. Estudiad para qué valores de a la siguiente matriz es diagonalizable:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$