

Tema 1:

ESPACIOS VECTORIALES

Prof. Rafael López Camino
Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Granada



Material docente para el alumno

Asignatura: Fundamentos matemáticos para el estudio
del medio ambiente. Curso 2004/05

Licenciatura: Ciencias ambientales
Universidad de Granada

1. Estudiad en los siguientes conjuntos el número de vectores linealmente independientes y si forman un sistema de generadores del espacio vectorial correspondiente:
 - (a) $\{(1, 1, -2, 3, 4), (2, 3, 3, -1, 3), (5, 7, 4, 1, 5)\} \subset \mathbb{R}^5$.
 - (b) $\{(1, 1, 1), (2, 3, -1), (0, 1, 7), (-6, 5, 14)\} \subset \mathbb{R}^3$.
 - (c) $\{(2, 1, 3), (4, -1, 5), (2, 1, 2)\} \subset \mathbb{R}^3$.
 - (d) $\{(1, 1, 1), (2, 3, 4), (-1, 3 - 7), (2, 4, 6)\} \subset \mathbb{R}^3$.
2. Completad el conjunto $\{(1, 1, 0), (2, 1, 1)\}$ con un vector para obtener una base de \mathbb{R}^3 .
3. Probad que el conjunto $\{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 1)\}$ es una base de \mathbb{R}^4 .
4. Probad que los siguientes conjuntos no son subespacios vectoriales:
 - (a) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = x^2\}$:
 - (b) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = \text{sen}(x)\}$.
5. Hallad una base de los siguientes subespacios vectoriales:
 - (a) $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2x - y = 0\}$.
 - (b) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x + y + z = 0\}$.
 - (c) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x = y, y - z = 0\}$.
 - (d) $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; 3x - z = 0, y - t = 0\}$.
6. Determinad una base del subespacio de \mathbb{R}^4 dado por
$$U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x - y + 3z = 0, z - t = 0\}.$$
Hallad la dimensión de U y completad hasta una base de \mathbb{R}^4 .
7. Hallad las ecuaciones cartesianas de los siguientes subespacios:

- (a) $U = \langle (1, 3) \rangle \subset \mathbb{R}^2$.
- (b) $U = \langle (1, 1, 1), (1, 1, 0) \rangle \subset \mathbb{R}^3$.
- (c) $U = \langle (1, 1, 1) \rangle \subset \mathbb{R}^3$.
- (d) $U = \langle (1, 1, 1, 2) \rangle \subset \mathbb{R}^4$.

8. Probad que los siguientes subespacios vectoriales de \mathbb{R}^3 son iguales: $\langle (1, 2, 1), (1, 3, 2) \rangle$ y $\langle (1, 1, 0), (3, 8, 5) \rangle$. Hallad las ecuaciones cartesianas correspondientes.