EXAMEN DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

PROBLEMAS

1. Una compañía es propietaria de tres almazaras, A_1, A_2 y A_3. La cantidad de toneladas producidas por día de cada una de las calidades en cada una de las almazaras se presenta en la siguiente tabla.

Almazaras	Calidad Alta	Calidad Media	Calidad Baja
A_1	1	1	1
A_2	2	2	1
A_3	3	2	1

Para atender un pedido se precisan al menos 36 Tm de aceituna de alta calidad, al menos 15Tm de calidad media y de baja calidad no más de 16Tm. Mantener en funcionamiento diariamente cada una de las almazaras cuesta 500, 700 y 1600 euros, respectivamente. ¿Cuántos días se debería trabajar en cada almazara si se desea satisfacer los pedidos minimizando los costos?

2. Un empresario textil produce dos tipos de tejido lino y algodón. Para obtener una unidad de longitud de lino necesita 3 unidades de materia prima R_1, 5 unidades de R_2 y 2 unidades de R_3. Para producir una unidad de longitud de algodón se precisan 1, 2 y 4 unidades de R_1, R_2 y R_3, respectivamente. Las cantidades disponibles de R_1, R_2 y R_3 son, respectivamente, 56, 105 y 67. Las estimaciones del empresario son que por cada unidad de lino obtendrá un beneficio de 4 y por la de algodón 5. La siguiente tabla muestra las cantidades que debe fabricar para obtener un beneficio máximo.

TABLA ÓPTIMA

	4	5	0	0	0	
	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	b_i
x_1	1	0	0,4	0	$-0{,}1$	15,7
s_2	0	0	$-1{,}6$	1	$-0{,}1$	8,7
x_2	0	1	$-0{,}2$	0	0,3	8,9

a) Determinar el rango de variación del beneficio asociado al lino para que la tabla siga siendo óptima. ¿Cuál es la solución si este aumenta 3 unidades?

b) Determinar el rango de variación de la materia prima R_3. Si este recurso disminuye 10 unidades ¿cuál es la solución óptima?

c) La empresa piensa en producir otro tipo de tejido mas cuyo beneficio es de 6 necesitándose 2, 4 y 2 unidades de R_1, R_2 y R_3, respectivamente.¿Afectará este nuevo tejido a la solución?

d) Determinar las soluciones del problema para $t \in (-0.5, +\infty)$ sabiendo que el vector b^0 está dado por $b^0 = (10, 0, -10)$.

3. En una ciudad pequeña se tiene la necesidad de un cierto número de autobuses para tres barrios de la ciudad, que llamaremos A, B y C. Para cubrir los servicios en los distintos barrios se necesitan 3, 3 y 4 autobuses para cada barrio. Estos provienen de dos garajes, G_1 y G_2 de manera que el primero dispone de 2 y G_2 tiene 6 autobuses preparados para el servicio. Los tiempos de recorrido entre el primer garaje y cada uno de los barrios son, 10, 8 y 4 respectivamente y los de G_2 9, 6 y 3. El responsable de transportes deber distribuir éstos de manera que los tiempos de recorrido sean mínimos.

a) Determinar la distribución a tiempo mínimo. ¿Cómo es la solución de este problema?

b) Formular el problema como un problema de programación lineal.

SOLUCIONES

1. Planteamiento del problema lineal

$$\text{Min } Z = 500x_1 + 700x_2 + 1600x_3$$

$$\begin{aligned} \text{s.a. } x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\geq 36 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\geq 15 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\leq 16 \end{aligned}$$

$$x_i \geq 0,\ i = 1, 2, 3.$$

Solución: $x_1 = 0, x_2 = 12, x_3 = 4$ y $Z = 14800$.

2. a) Si el beneficio c_1 está en $(10/4, 15)$, la solución se mantiene y el valor de la función objetivo es $Z = 15.7c_1 + 44.5$. Si aumenta en 3 unidades, la solución óptima es $x_1 = 15.7, x_2 = 8.9$ y $Z = 154.4$

b) El rango de variación de R_3 es $(37.3, 154)$ para que la tabla permanezca óptima. Si disminuye 10 unidades, la solución óptima es $x_1 = 16.1, x_2 = 5.9$ y $Z = 93.9$.

c) Si cambiaría, ya que la solución dual no verifica la correspondiente restricción dual.

d)

Rango	Solución	Función objetivo
$t \in (-0.5, 1.8)$	$x_1 = 15.7 + 5t, x_2 = 8.9 - 5t$	$Z = 107.3 - 5t$
$t \in (1.8, 6.7)$	$x_1 = 33.5 - 5t, x_2 = 0$	$Z = 134 - 20t$
$t \in (6.7, +\infty)$	Infactible	

3. Planteamiento del problema de transporte como un problema lineal

$$\begin{aligned} &\text{Mín } Z = 10x_{11} + 8x_{12} + 4x_{13} + 9x_{21} + 6x_{22} + 3x_{23} \\ &\text{s.a.} \quad x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 2 \\ &\qquad x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 6 \\ &\qquad x_{11} + x_{21} \geq 3 \\ &\qquad x_{12} + x_{22} \geq 3 \\ &\qquad x_{13} + x_{23} \geq 4 \\ &\qquad x_{ij} \in \mathbb{Z}^+, \forall i, j \end{aligned}$$

Solución: El problema tiene óptimos alternativos y una solución óptima es $x_{13} = 2, x_{12} = 0, x_{13} = 0, x_{21} = 1, x_{22} = 3, x_{23} = 2$ y $Z = 41$.