

Análisis Numérico
E.T.S. de Caminos, Canales y Puertos – Universidad de Granada
Relación de problemas nº 1

1. Encontrar y describir algoritmos para realizar las siguientes operaciones:

- (a) la suma de todos los múltiplos de 2 menores que 100;
- (b) el producto de todos los múltiplos de 2 menores que 100, que no sean a su vez múltiplos de 4;
- (c) suma de la serie finita $\sum_{i=1}^N x_i$ en orden inverso;
- (d) evaluación del polinomio $p(x) = \prod_{i=0}^N (x - x_i)$ para un número real x , conocidos sus $N + 1$ raíces reales: x_0, x_1, \dots, x_N .
- (e) el paso de binario a decimal y viceversa de cualquier número en base 10 con hasta 8 cifras enteras y 6 decimales.

2. Escribir en binario (base 2) los siguientes números expresados en base 10:

$$46; \quad 25.14; \quad 0.7$$

3. Pasar a decimal (base 10) los siguientes números expresados en binario:

$$11011.101_2; \quad 101101.011; \quad 0.110111_2 \times 2^{-101}$$

4. Hallar en base 2, con una precisión de $k = 6$, los siguientes números: 24.18, 3.158.

5. ¿Qué números se representarían en un sistema con precisión 8 con el siguiente número decimal: 0.45601234×10^3 ?:

6. Comprobar que el error relativo correspondiente a la división de números reales es de tipo aditivo, es decir $\varepsilon_{x/y} \simeq \varepsilon_x + \varepsilon_y$, siendo $|r_x| = \left| \frac{x-x^*}{x} \right| \leq \varepsilon_x$ y $|r_y| = \left| \frac{y-y^*}{y} \right| \leq \varepsilon_y$.

7. Sabemos que la fórmula $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ converge hacia $f'(a)$ cuando $h \rightarrow 0$ y no se cometen errores de redondeo, ni se da el conocido error de cancelación en los cálculos. Intentar aproximar el valor de dicha derivada en el punto $a = 1$ para la función $f(x) = \ln(x)$, tomando valores de $h = 10^{-k}$ con $k = 1, 2, \dots$ empleando el ordenador o cualquier calculadora o dispositivo de cálculo e identificar a partir de qué momento empiezan a predominar cada uno de estos tipos de errores.

8. Estudiar el orden de aproximación (cuando tenga sentido) y de exactitud (entre las funciones polinómicas se sobreentiende) de cada una de las siguientes fórmulas de derivación o integración numéricas

(a) $f'(a) \simeq \frac{f(a-h)-2f(a)+f(a+h)}{h^2}$

(b) $\int_0^1 f(x) dx \simeq \frac{1}{6}f\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{6}f\left(\frac{3}{4}\right)$

9. Calcular los valores de las funciones $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 1$ y $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ para una sucesión de puntos del tipo: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$, bien sea con una calculadora o con el programa Mathematica utilizando decimales, y distinguir cuales de estos valores son de fiar y cuales no, a pesar de que a priori las funciones f y g tienen definiciones equivalentes.

10. Existe una función $f(x) = ax^7 + bx^8$ para la cual $f(0.1) = 0.3 \times 10^{-5}$ y $f(0.9) = 0.012$. Determinense los valores de los parámetros a y b , así como la sensibilidad de este cálculo respecto a pequeñas variaciones en los valores de f .