

Cálculo simbólico y cálculo aproximado

En esta práctica se pretende mostrar la diferencia entre operar con *Mathematica* de forma simbólica, con una precisión infinita, y operar de forma aproximada, con una cierta precisión predeterminada.

Tipos de números

Recordemos que *Mathematica* puede trabajar con todo tipo de números: enteros, racionales, reales y complejos.

Observe la diferencia entre escribir los números con precisión infinita y usando punto decimal, es decir, empleando la expresión decimal.

Para escribir números complejos se utiliza la unidad imaginaria **I** (en la paleta que hay a su derecha, que se obtiene desde el menú principal con File/Palettes/BasicInput, aparece una *i* minúscula con doble trazo). Las partes real e imaginaria de un número *complejo* se obtienen mediante las sentencias **Re**[complejo] e **Im**[complejo], respectivamente. **Pi** es el valor la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, y **E** es la base del logaritmo neperiano (en la paleta de la derecha aparecen iconos correspondientes a estos símbolos: π y e , respectivamente). Las fracciones pueden escribirse como en las versiones anteriores del programa o utilizando la mencionada paleta, así como los restantes operaciones indicadas.

Efectúe las operaciones indicadas y analice el resultado que en cada caso se obtiene.

`2+3`

`2.+3`

`1/4+1/2`

`1/4.+1/2`

`Pi`

`Pi+2.`

`Pi/E`

`I^2`

`(2/5+3I)(6-3I)/N`

`Re[%] - I Im[%]`

`Conjugate[%] (* Produce el conjugado del número complejo considerado *)`

```
N[%] (* Produce una aproximación numérico de la expresión entre corchetes *)
```

Precisión

Como habrá notado, *Mathematica* siempre devuelve un resultado lo más exacto posible, teniendo en cuenta el tipo de números con los que se está operando. En todo caso, si no se especifica lo contrario, intenta obtener precisión infinita, y para ello trabaja de forma simbólica cuando opera con fracciones o números reales que no están dados en forma decimal. Esto puede ser controlado por el usuario con el comando `N[número, número de cifras significativas]`, que produce una aproximación del número indicado utilizando un total de cifras significativas igual al especificado. Note que no se refiere a decimales sino a cifras significativas.

```
E
N[E,100]
%/N
N[1/3]
```

Funciones matemáticas

Por supuesto que *Mathematica* tiene incorporadas la mayoría de las funciones matemáticas usuales: **Exp** es la función exponencial,

Log proporciona el logaritmo neperiano, **Sqrt** da la raíz cuadrada, **Abs** el valor absoluto, **Floor** la parte entera, **Round** redondea según unas reglas determinadas... **Sin**, **Cos**, **Tan**, **Sec**, **Csc**, **Cot** representan las funciones seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente, respectivamente. Las respectivas funciones hiperbólicas son **Sinh**, **Cosh**, **Tanh**, **Sech**, **Csch**, **Coth**.

Observe cómo la primera letra de todas estas funciones se escribe con mayúscula y las restantes con minúscula; el argumento se sitúa entre corchetes.

```
Exp[2]+Log[10]-Sqrt[5]/N
Log[10.]-Sqrt[5.]
N[%,100]
Sin[Pi]-Cos[Pi]
Sqrt[-5.0]
Floor[25.1]
```

```

Round[25.1]

Floor[-7.31]

Round[-7.31]

Abs[%]

Abs[Round[-7.31]] (*nótese cómo se puede componer varias funciones*)

```

Expresiones algebraicas

Los siguientes ejemplos muestran las posibilidades que ofrece el programa para manipular expresiones más complejas.

```

a+2a+7b+5c-3b

Exp[Log[x]] (* ambas funciones son una inversa de la otra*)

Sqrt[x^3] Exp[x+Log[x]]

```

Observe que el resultado de la última orden podría ser simplificado más.

Polinomios y funciones racionales

Efectuaremos algunas operaciones con polinomios y funciones racionales. ¿Es capaz de determinar qué se está llevando a cabo a partir de cada una de las salidas? Inténtelo.

Definimos un polinomio, asignándole un nombre, y realizamos dos operaciones diferentes.

```

p=x+x y+ 4 x y^2+ 8 y x- 7 y x^2+2 x^2 y+x^3 y^2

Collect[p,x]

Collect[p,y]

```

Definimos ahora otro polinomio.

```

q=(x+y)^2

Expand[q]

Factor[%]

```

Definamos ahora una función racional.

```

r=(x^3+3x^2+3x+1)/(x^2+2x+1)

```

```
Numerator[r]
```

```
Denominator[r]
```

```
Factor[%]
```

Definimos una nueva función racional.

```
s=(3x^2+8x+2)/(x^2-5x+6)
```

Es muy fácil descomponerla en fracciones simples.

```
Apart[s]
```

Y también devolverla este resultado a su forma inicial.

```
Together[%]
```

¿Cuál es el denominador de la anterior salida como polinomio en potencias de la variable?

```
ExpandDenominator[%]
```

Ejercicios

d1, d2, d3 y d4 son los cuatro primeros dígitos de su DNI. Defínalos completando las igualdades en la siguiente celda de órdenes. Procese las órdenes. No será necesario que haga la sustitución de d1, d2, d3 y d4 en las expresiones que aparecen en los ejercicios: el programa sustituirá d1, d2, d3 y d4 por los valores que haya indicado.

```
d1 = ; d2 = ; d3 = ; d4 = ;
```

Al finalizar cada definición con un punto y coma se indica al programa que no muestre la salida correspondiente a la orden cuando se procese la celda.

- 1.- Calcule la raíz cuadrada de d1, d2, d3, y d4, con dos, tres, cuatro y cinco cifras decimales, respectivamente.
- 2.- Calcule el valor de d3 más la exponencial de la raíz cuadrada de Pi, con 8 cifras decimales.
- 3.- Calcule el coseno y el seno, con cuatro cifras decimales, de $\frac{\pi+d1}{d2+d3}$.
- 4.- Se considera la siguiente fracción racional $\frac{d1x^2+d2x+d3}{(d1x-d2)^2}$. Factorice el numerador si es posible y encuentre la descomposición en fracciones simples mediante la orden **Apart**.