UNIVERSIDAD DE GRANADA
Ecuaciones Diferenciales
9 de julio de 2008

[10] **EJERCICIO 1.** La solución maximal del problema de valores iniciales

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{1+x^2} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

está definida en todo $\mathbb{R}$.

[10] **EJERCICIO 2.** La ecuación $x'' + \frac{1}{2}x = \cos(t)$ admite soluciones 2π–periódicas.

[10] **EJERCICIO 3.** Las funciones $x_1(t) = \cos(2t)$ y $x_2(t) \equiv 5$ son soluciones linealmente independientes de la ecuación $x''' + 4x' = 0$.

[10] **EJERCICIO 4.** Si $x(t;\varepsilon)$ es la solución maximal del problema de valores iniciales

$$\begin{cases} x'' + x + \varepsilon\cos(x) = 0 \\ x(0) = 0 \\ x'(0) = 1 \end{cases},$$

entonces

$$\lim_{\varepsilon \to 0} x(\pi;\varepsilon) = 0\,.$$

[10] **EJERCICIO 5.** La solución $x \equiv 0$ de la ecuación $x'' + \varepsilon x' + \operatorname{sen}(x) = 0$ es asintóticamente estable para cada $\varepsilon > 0$.

[10] **EJERCICIO 6.** La solución $(0,0)$ del sistema

$$\begin{cases} x' = \alpha x + y^3 \\ y' = \alpha y - x^3 \end{cases}$$

es inestable para todo $\alpha \neq 0$.

[10] **EJERCICIO 7.** El sistema

$$x' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix}$$

tiene una única solución 2π–periódica.

[10] **EJERCICIO 8.** Existe una ecuación de la forma $x'' + ax' + bx = 0$ con $a, b \in \mathbb{R}$ que tiene a $x_1(t) = e^t$ y $x_2(t) = \sin(t)$ por soluciones.

[20] **EJERCICIO 9.** Demuestra el Teorema de Cauchy–Picard–Lindelöf utilizando un argumento de punto fijo.