

Unidades y dimensiones

1. El módulo de la fuerza gravitatoria F que ejercen entre sí dos cuerpos de masa m y M viene dada por la siguiente expresión

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

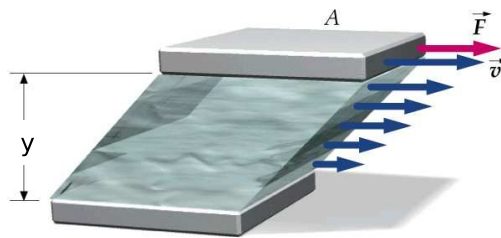
donde r es igual a la distancia que separa a ambos cuerpos y G es una constante universal. Determina las dimensiones de la constante haciendo uso del análisis dimensional.

[Solución: $L^3M^{-1}T^{-2}$]

2. En un fluido, existe una relación directa entre la fuerza F que hay que aplicar sobre una lámina de fluido de área A situada a una distancia y de la pared del tubo o capilar que lo contiene para que dicha lámina se mueva con una velocidad constante v . Tal relación viene dada por la expresión

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{v}{y}$$

donde η es una constante de proporcionalidad conocida como viscosidad. Determina las dimensiones de la viscosidad haciendo uso del análisis dimensional.



[Solución: $ML^{-1}T^{-1}$]

- ♣ 3. Demostrar que los tres sumandos de la ecuación de Bernoulli, $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = const$, tienen la misma ecuación dimensional, siendo $p = F/S$ la presión, ρ la densidad, v la velocidad, g la aceleración de la gravedad y h la altura.
- ♣ 4. La distancia x recorrida por un automóvil en un tiempo t , si parte del reposo y se mueve con aceleración constante a , viene dada por una relación del tipo

$$x \propto a^n t^m$$

Utiliza el análisis dimensional para hallar el valor de los exponentes n y m .

[Solución: $n = 1$; $m = 2$]

5. Sabiendo que la velocidad de salida de un líquido por un pequeño orificio practicado en la pared de una vasija depende de la distancia vertical h del centro del orificio a la superficie libre del líquido y de la aceleración de la gravedad g , dudamos si tal velocidad depende también de la densidad del líquido ρ . Queremos resolver nuestra duda y hallar la fórmula de la velocidad v en función de h , g y ρ . (Suponer una relación del tipo $v \propto h^n g^m \rho^b$)

[Solución: $n = 1/2$; $m = 1/2$; $b = 0$]

- ♣ 6. Suponiendo que el período de oscilación de un péndulo simple T (tiempo de una oscilación) depende de la longitud del hilo l , de la masa m de la partícula que oscila y de la aceleración de la gravedad g , y que en la fórmula no intervienen más que las magnitudes indicadas multiplicadas entre sí, deducir utilizando el análisis dimensional la dependencia del período con las magnitudes indicadas.

[Solución: $T \propto l^{1/2} g^{-1/2}$]

7. En las ecuaciones siguientes, la distancia x está en metros, el tiempo t en segundos y la velocidad v en m/s. ¿Cuáles son las unidades en el SI de las constantes C_1 y C_2 ?

a) $x = C_1 \cos C_2 t$; b) $v^2 = 2C_1 x$; c) $v = C_1 e^{C_2 t}$.

[Solución: (a) m y s^{-1} ; (b) m/s^2 ; (c) m/s y s^{-1}]

- ♣ 8. En el sistema inglés, la masa de 1 ft^3 [$\text{ft} \equiv \text{pie}$] de agua es 62.4 lb [$\text{lb} \equiv \text{libra}$]. Sabiendo que la densidad del agua en el sistema cgs es 1 g/cm^3 , calcula la masa en libras de 1 kg de agua. Recordar que $1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$; $1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$ [$\text{in} \equiv \text{pulgada}$].

[Solución: 2.20 lb]

Leyes de escala

9. Una hormiga puede levantar 3 veces su peso, mientras que un elefante sólo puede con la cuarta parte de su propio peso. Si las dimensiones medias son respectivamente 1,2 cm y 504 cm. Calcular la fuerza relativa de una hormiga del tamaño de un elefante y compararla con la de un elefante.

[Solución: Un elefante es 35.7 veces más fuerte que una hormiga-elefante]

10. Una persona de 1,55 m de altura pesa 50 kp. ¿Cuánto pesará una persona de 1,70 m de forma semejante?

[Solución: 66 kp]

- ♣ 11. Aproximadamente, las necesidades alimenticias de los individuos normales de un mismo género son proporcionales a su masa. Aunque el novelista Jonathan Swift no conocía las leyes de escala, aventuró en los *Los viajes de Gulliver* que los lilliputienses debían dar 1728 de sus raciones al gigante Gulliver, doce veces mayor que ellos. ¿Es correcta esta conjetura?

[Solución: Sí]

12. Dos animales son semejantes según el modelo elástico. La altura de uno de ellos es 10 cm mayor que la del otro y su masa el doble. ¿Cuánto miden ambos animales?

[Solución: $L_1 = 52,85$ cm, $L_2 = 62,85$ cm]