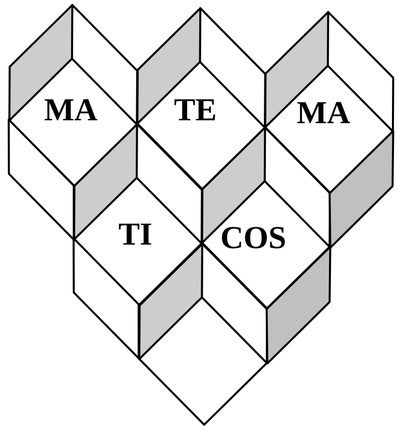
REFLEJOS



DEL CUBO

La forma del cubo es tan familiar que aparece por doquier, aunque no caemos en ello hasta que no prestamos atención especial. Eso es lo que me está pasando al elaborar estos artículos. Veo cubos por todas partes. Pero no podemos eternizarnos con el tema, de manera que en esta entrega terminamos.

Figura 1: Calle de los Cubos, León

Antes de meternos en faena, recordemos que también se llama *cubo* a una torre defensiva. La fotografía de portada del Épsilon 59 corresponde al “Cubo de la Alcazaba”, en La Alambra de Granada. En la figura 1 vemos la calle de los Cubos, de León.

Continuar reconociendo cubos

Pasemos ya a ocuparnos del cubo geométrico (poliedro regular, de 6 caras cuadradas). Para ello vamos a hacer un pequeño recorrido por la aparición del cubo en las artes. Comenzaremos por mostrar la relación entre cubo y arquitectura. Posteriormente lo veremos en otras artes plásticas, como la pintura, lo que nos da paso al cómic, y con él al cine. Finalmente centraremos la utilidad didáctica en los puzzles y juegos que pueden emplearse como recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas.

Figura 2: Edificio de Caja Granada

En la ***arquitectura*** es frecuente encontrar edificios en forma de cubo. En Granada todo el mundo llama “El Cubo” al nuevo edificio de Caja Granada. En la imagen 2 vemos este edificio, cuyo diseño es de Alberto Campos Baeza, y que fue construido en 1999. En realidad el nombre es erróneo, pues la figura no es un cubo. Sus dimensiones son 57 x 57 x 30. Su nombre de cubo se debe a que mantiene algunas de las características de la figura geométrica: base cuadrada, cuatro paredes laterales planas, ortogonales entre sí, perpendiculares también a la base y al techo, que también es plano. El arquitecto ha sabido elaborar una forma que satisface las pretensiones de los directivos de la Caja: sencillez, solidez, aposentamiento. Ello les lleva a decir que “*La arquitectura ha materializado la determinación de la Caja de Granada por sentar unas bases sólidas sobre las que crecer, una* *gran caja de cemento y hormigón asentada sobre un pedestal.”*. La solidez del edificio se ve acompañada de un ingenioso sistema de iluminación, a partir de 12 luminarias en el techo y paredes traslúcidas de alabastro, lo que hace que su interior goce de claridad durante las horas solares. De ahí el nombre del diseño: *Implovium de luz*, que ha sido reconocido por un premio arquitectónico.

Hemos encontrado numerosas alusiones a las cualidades arquitectónicas del cubo.*“Permiten las combinaciones más armoniosas. (..), La estructura limpia y elegante que resulta puede revestirse de las más ricas materiales y de las más delicadas decoraciones”*. (Alejandro Virasoro, Tropiezos y dificultades al progreso de las Artes Nuevas, Revista de Arquitectura, 1926). Para Rudolf Amheim, la forma cúbica representa la integridad. Ariel Cailli, en la página http://www.arqchile.cl/expo_cubo.htm, publica un artículo llamado “El cubo y la arquitectura”, y en él se indica que *“Los cubos, los conos, las esferas, los cilindros o las pirámides son las grandes formas primarias que la luz revela bien; la imagen de ellas es clara y tangible, sin ambigüedad. Por esta razón son formas bellas, las más bellas*”.

Figura 3: Arquitectura al cubo

Algunas de las cualidades que señalan estos arquitectos y estudiosos de la arquitectura son las recogidas en el edificio de Caja Granada.


Figura 4: El Monolito

Recientemente ha tenido lugar la exposición ARQUITECTURA AL CUBO (figura 3), en el que se exponen nueve obras en forma de cubo. Entre ellos encontramos el *Pabellón de España en la Expo de Sevilla*, diseñado por el Estudio Cano Lasso Arquitectos, y *El Monolito* de la *Exhibición Nacional Suiza en el 2002*, en el Lago de Murten, diseñado por Jean Nouvel (figura 4), que consiste en un cubo gigantesco de metal oxidado.

En Internet podemos encontrar otras construcciones en forma de cubo, como la mini vivienda diseñada por estudiantes de la Universidad Técnica de Munich, respondiendo a una propuesta del arquitecto británico Richard Horden. Igualmente aparece una página web sobre arquitectura llamada El Cubo, http://www.am.com.mx/elcubo.asp?fecha=26082005.

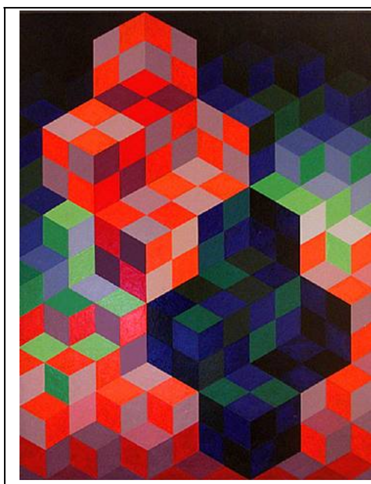


Figura 5: Vasarely

Relatar y analizar

Continuando con las artes, el cubo forma parte de la historia de la ***pintura***. No vamos a centrarnos en el cubismo, sino en la utilización que han hecho algunos artistas plásticos, explotando cualidades geométricas, percepciones erróneas, e imágenes imposibles.

Victor Vasarely (Pecs, Hungría, 1908), creador del Ops Art, pintor del cóncavo-convexo, emplea el cubo para crear figuras imposibles, pero también para darnos sensación de tridimensionalidad mediante sus cuadros, que naturalmente son bidimensionales. Se pueden encontrar informaciones sobre el autor en la página web http://www.artcyclopedia.com/artists/vasarely_victor.html. La figura 5 muestra el empleo que hace Vasarely del cubo.

Mitsumasa Anno es un profesor de matemáticas japonés (nacido en Tsuwano, en 1926), e ilustrador de gran renombre, del que encontramos casi 40000 entradas en Google. Su fama se la debe a los libros infantiles que él mismo escribe e ilustra. En ellos derrocha fantasía y ternura, pero además procura introducir elementos matemáticos en situaciones concretas. Para él las matemáticas son parte del misterio y de la belleza del universo. En español podemos encontrar títulos como *El misterioso jarrón multiplicador, Juegos matemáticos*, etc., editados por Juventud. La editorial argentina Fondo de Cultura Económica da información sobre este prolífico autor. (ver http://www.amazon.com/exec/obidos/tg/browse/-/281841/002-2269952-2222438).

Pues bien, Anno es el autor de una figura imposible muy conocida, referente a un cubo. Se trata de un cubo que tiene una sección circular, obtenida por intersección con un cilindro. El eje del cilindro está en la mediatriz de una arista que está en el plano que la une con otra diagonalmente opuesta. Lo maravilloso de este dibujo es que llega a crear la ilusión de que la sección es plana (y naturalmente circular).

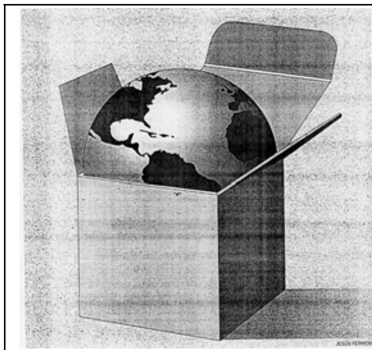


Figura 6: Esfera en cubo

Recientemente ha aparecido en el Ideal de Granada una ilustración de Jesús Ferrero que también representa una sección circular en una caja cúbica (figura 6). Se diría que este dibujo logra la cuadratura del círculo (o la esferización del cubo).

Las figuras imposibles en forma de cubo son numerosas. La más conocida es el Cubo de Necker, que podemos ver en la página de Vicente Melvilla http://www.epsilones.com/paginas/i-figurasimp.html#figimp-cubonecker). Muchos otros cubos imposibles se pueden encontrar en la página de La Croqueta. (página web http://www.lacroqueta.com/)

De las figuras imposibles pasamos a la siguiente manifestación del arte plástico que aludimos en este artículo: El Cómic.

Figura 7: Urbicanda

En Francia se suscitó todo un estudio matemático a partir de un cómic que tiene relación con el cubo. El origen es la obra *La fiebre de Urbicanda*, de Fraçois Shuiten y Benoit Peeters. La historia se refiere a la evolución de una ciudad. Los personajes que la habitan y deciden sobre su estructura arquitectónica se encuentran con el esqueleto de un cubo que, colocado en una mesa, crece generando cubos en las seis direcciones, atravesando las paredes sin alterarlas. Así se provoca una red cúbica que crece, tanto en número de cubos como en tamaño. Ello genera una nueva distribución urbana de la ciudad (figura 7). Los estudios (Shuiten y Peeters, 1996; De Brok, s.f.; Pourbaix, 2001), se han detenido en buscar las fórmulas de crecimiento del número de cubos y en hacer propuestas para emplear este cómic en la enseñanza de las matemáticas.

¿Cómo puede crecer un cubo? Si nos fijamos en el modelo de los números figurados, podemos pensar en el crecimiento de los números cúbicos, tal como aparece en la figura 8, y parece como si se produjera un revestimiento en tres de las direcciones. El número de cubos en cada paso es el cubo del número de cubos de cada lado.

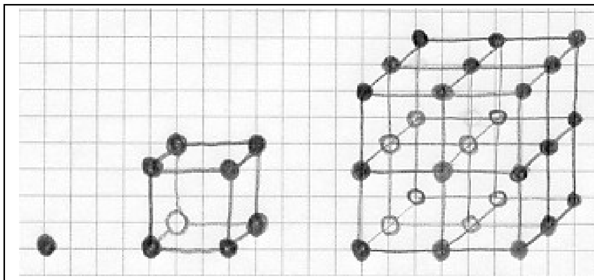


Figura 8: Números cúbicos

En Urbicanda el crecimiento se produce en las seis caras simultáneamente. Esto da lugar a la forma que aparece en la figura 7 y que se refleja en la ilustración 9. Dejamos como ejercicio al lector determinar el número de cubos en cada paso, así como el crecimiento que se produce desde el momento *n* al *n+1*.

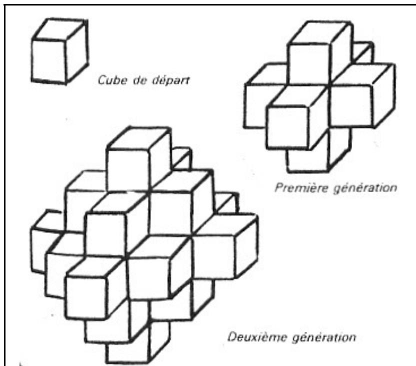


Figura 9: Crecimiento en Urbicanda

También hemos encontrado el cubo en otros cómic, quizá por lo familiar de su forma (lo que permite que el lector imagine sus propiedades), o por lo fácil que resulta dibujarlo. Pero más curiosa resulta la aparición del cubo por sus cualidades matemáticas. En una aventura del Pato Donald (Disney, 1949), el tío y sus tres sobrinos emprenden una aventura a la búsqueda del origen de huevos de forma cúbica, dado el interés que los comerciantes tienen en un producto que *se empaqueta tan fácilmente*.

La fantasía de Walt Disney le lleva a suponer que de los huevos cúbicos se hacen tortillas cuadradas, que generan en los que las comen, intoxicaciones alimenticias, pues producen enredos en los intestinos en forma de “*nudos cúbicos*” (no aclara lo que esto significa). Los huevos cúbicos son originarios de un país en el que las piedras son cúbicas, las personas tienen formas de paralelepípedos generados por cubos adyacentes, etc., hasta el punto de que las gallinas también son …cúbicas (?). Con ello es razonable que su interior sea cúbico, y por tanto que formen huevos cúbicos. Pero ¿cómo puede salir un huevo cúbico por un esfínter?

Nos encontramos una situación similar en la viñeta de John Long, quien propone complicar un poco el baloncesto empleando una pelota cúbica y un aro cuadrado. Dejamos para el lector el imaginarse las dificultades que surgen en este juego, en el que el bote del balón debería evitarse a toda costa. Igualmente dejamos a la mente calenturienta del lector imaginar cómo salen los huevos cúbicos y la forma de los esfínteres. Lo que si podemos sugerir es que se explote en clase de geometría el análisis de las propiedades de las figuras implicadas y su repercusión en sus cualidades físicas relativas a los fenómenos que estamos considerando (bote, enceste o entrada del balón por el aro, posición del balón respecto al aro, etc.).

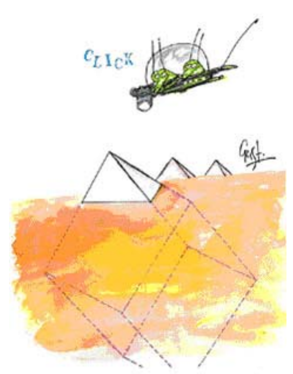


Figura 10: Cris, Clarín

Si la forma ovalada de los huevos resulta de la selección natural, ya que ha perdurado la que evita que rueden y se rompan (Alsina, 2005), la forma cúbica de los huevos solventaría este problema. Eso si, crearía otros nuevos problemas.

Efectivamente con los cubos se puede hacer humor, como nos muestra la viñeta de Cris, en el diario argentino Clarín.

El cubo parece ser la forma que se opone a las formas esféricas. Al menos así lo entienden en la serie de dibujos animados que se desarrolla en "El universo Pelotón", en el que viven "Rolie Olie y Polie", también de la factoría Disney. Todas las formas son redondeadas. Para contrastar y realzar las formas, este universo Pelotón convive con otros universos, como el universo cúbico, habitado por personajes, paisajes y objetos construidos con cubos superpuestos.

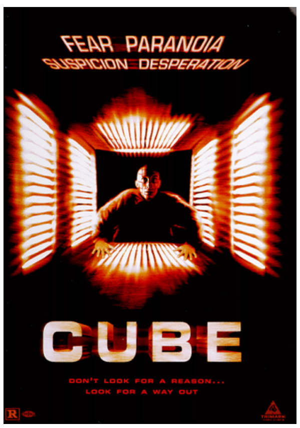


Figura 11: Cube

Con los *dibujos animados* nos sumergimos en el cine. No podemos pasar por alto la película "Cube" (figura 11), de 1997, dirigida por Vincenzœ Natali (ver crónica en www.cineismo.com/criticas/cubo-el.htm, y www.thecubeofcubes.com/the_cube_it.htm, il cubo, multiplicita nell'unita). Los personajes se encuentran en un cubo, dentro de una red de habitaciones cúbicas que se deslizan según los planos que los mantienen adyacentes. Para salir de ella, los ocupantes de una de las celdas tienen que averiguar cuál es el algoritmo que hace que se muevan los cubos adyacentes, para que no los destrocen en su salida de la celda. De nuevo resalta la cualidad de los planos paralelos y perpendiculares entre sí, la retícula cúbica en la que nos movemos tan habitualmente cuando consideramos los sistemas de referencia ortonormales en el espacio euclídeo.

Explotar didácticamente

Descubriendo algunas apariciones del cubo hemos podido repasar algunas de las cualidades del cubo (caras paralelas cortadas por paralelas de manera perpendicular, rellenan el espacio, no ruedan, su simetría es limitada, ect.). Todo ello repercute en la facilidad de construirlo, en su manejo cómodo (por ejemplo, se puede apoyar sobre una cara, dejando las demás según ángulos familiares, de lo que se beneficia por ejemplo el dado cúbico), y en que se haya convertido en un objeto familiar.

Todas estas cualidades se ven reflejadas en la gran cantidad de juegos de ingenio que se basan en la forma cúbica. El Cubo de Rubick es el máximo exponente, pero ha sido tan tratado que no queremos detenernos. Sin embargo otros menos conocidos también emplean esta forma.

Los policubos, piezas formadas por varios cubos que tienen caras comunes, se han empleado para construir cubos completos. Comencemos por los tricubos (3 cubos unidos por sus caras). Un juego clásico es en de las T (T-Beutel, de barl, o Mecano Cubo, según *Juegos de Ingenio*, de Orbis), en el que se dispone de 72 tricubos en forma de T, con los que hay que formar un cubo de lado 6 cubos. Siguiendo con los tetracubos, hay que destacar el Cubo Soma, formado por 6 tetracubos y un tricubo en forma de T, para formar un cubo de lado 3 (ver las páginas web del cubo soma: http://www.geocities.com/dnehen/soma/soma.htm y la http://www.fam-bundgaard.dk/SOMA/SOMA.HTM). Igualmente los tetracubos han dado lugar al *TETRIS* en el espacio.

Siguiendo el modelo de los PENTOMINÓS, existe el puzzle de todos los pentacubos, con los que se pueden construir cuerpos de los que conocemos sus dimensiones. La descomposición de un cubo en policubos ha dado lugar a diversos puzzles que se conocen con el nombre de sus autores, como el Cubo de Hans. En la página web (www.livecube.com), se recoge un gran número de puzzles formados con cubos, utilizando el cubo como módulo para la construcción.

Todos estos puzzles de policubos encierran una gran riqueza didáctica, pues su práctica facilita la creación de hábitos de visión espacial. Se pueden encontrar propuestas didácticas para el aula de Matemáticas en páginas web de profesores. Se pueden ampliar estas propuestas añadiendo nuevas actividades y recreaciones, como la que nos propone Duz en la llorada revista Cacumen (Duz, 1984), en la que se elabora una historieta sobre el policubo (*El divino policubo*).

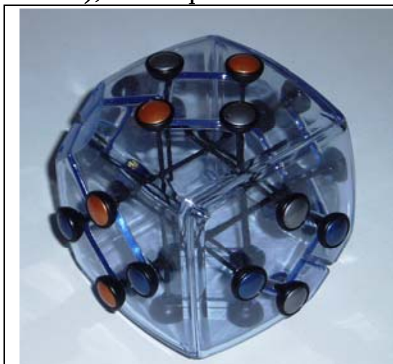


Figura 12: Brainstring

Destaquemos por último un material relativamente reciente, el Brainstring. Tal como se observa en la figura 12, consiste en un cubo transparente, con 4 agujeros en cada una de las caras. Por ellos pasan gomas terminadas en unos botones de 3 colores distintos, pero siendo del mismo color los unidos por la goma. El reto consiste en colocarlos de manera que aparezcan todos los de la misma cara del mismo color, o dos de cada color, etc., pero sin que se enreden los cordones elásticos. En este caso, el juego emplea el paralelismo de las caras para situar en ellas los botones opuestos.

Figura 13: Juegos con el cubo

En la figura 13 encontramos varios de los juegos que se basan en el cubo, desde los policubos citados a los materiales para construir poliedros, de cubos huecos a representación del cubo en el plano por medio de un puzzle de rombos.

Figura 14: El Diario de Tenerife

Para cerrar, recurrimos a otra de las actividades clásicas en esta sección, inventar situaciones humorísticas. El término cubo se presta a hacer bromas con él, tal como lo hacen Inés Marquez, Luis Balbuena y otros, en el periódico: El Día de Tenerife (figura 14). Proponemos inventar nuevos chistes empleando los sentidos del término cubo, sus propiedades matemáticas y la diversidad de empleos que vemos que tiene el cubo (*¡A ojo de buen cubero!*).

Animamos a los lectores a participar en esa sección, bien enviando soluciones a los retos planteados (determinar la secuencia de crecimiento de la red de cubos de Urbicanda, en este número), enviando reflejos matemáticos, o redactando un informe similar a estos para ocupar el espacio dedicado a los *Reflejos Matemáticos*. No olviden enviar cualquier aportación, duda, o sugerencia a nuestro correo: reflejos.epsilon@cica.es

Referencias:

Alsina, C. (2005). *Geometría cotidiana*. Barcelona, Rubes.

Clinard, M. (1987). Math et BD: Du cube a l'Octaedre. *PLOT* 45, pp. 42-47.

Del BROS, R. (s.f.) *Le mystère d'Urbicande*. Brusel, Presses de l?Academie des Sciences de Brüsel.

Disney, W. (1949). *Andes lo que andes no andes por los Andes*. Versión española, *Disney, El Pato Donald*, Barcelona, Clásicos del Cómic, 2004.

Duz, D. (1984). El divino Policubo. *Cacumen* nº 14, pp. 26-29.

Pourbaix, F. (2001). Mathématiques et Bande Dessiné. *Mathématiques et Pédagogie*, nº 113, pp. 19-34.

Shuiten, F. Y Peeters, B. (1993). *Las ciudades oscuras (La fiebre de Urbicanda)*. Barcelona, Norma.

Shuiten, F. Y Peeters, B. (1993). *Le guide des Cités Obscures*. Paris, Casterman.