Título:

REFLEXIÓN SOBRE UN PROBLEMA PROFESIONAL RELACIONADO CON LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA

Categoría:

Formación del Profesorado

Autores:

Pablo Flores Martínez

Francisco Fernández García

Centro de trabajo y dirección:

Departamento de Didáctica de la Matemática

Facultad de Ciencias de la Educación

Universidad de Granada

pflores@ugr.es

ffgarcia@ugr.es

Campus Universitario de Cartuja

18071, GRANADA

Tfno: 958242845

REFLEXIÓN SOBRE UN PROBLEMA PROFESIONAL RELACIONADO CON LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA

Pablo Flores Martínez, Francisco Fernández García

Introducción

La profesión docente está sujeta a alteraciones constantes, por una parte las que están relacionadas con el transcurso de la vida del profesor, pero además, por los cambios sociales y científicos que acontecen en el entorno de la escuela. Para ayudar a los profesores a desenvolverse en este proceso evolutivo que se ha dado en llamar *desarrollo profesional*, se han propuesto diversas estrategias de formación, inmersas en modelos formativos también cambiantes. En la actualidad se está abogando por la *formación en los centros*, y por que esta formación esté *basada en problemas profesionales* surgidos durante la docencia. Sin embargo, sigue vigente el modelo de formación por medio de cursos, y aun son numerosos los convocados por los Centros de Profesores, destinados al perfeccionamiento del docente en ejercicio. En estos cursos resulta difícil plantear una formación centrada en problemas profesionales, ya que son diversos el origen, intereses, experiencia profesional y contexto de trabajo de los asistentes. En esta comunicación presentamos un módulo que hemos llevado a cabo en cursos de formación permanente de profesores de matemáticas, que trata de ser compatible con la formación basada en problemas profesionales. Para ello nos valemos de una viñeta, a partir de la cual tratamos de provocar la reflexión sobre problemas profesionales relacionados con la enseñanza del álgebra.

Las didácticas específicas están abordando la formación de profesores como un campo de problemas prioritario, tanto de investigación como de actuación docente. A su vez, se está produciendo una gran cantidad de conocimiento didáctico, que podría ayudar a los profesores en el desempeño de su tarea. Cuando en los cursos se suministra este conocimiento a los profesores, se produce un desencuentro que lleva a descalificaciones recíprocas.

En nuestra propuesta tratamos de que la viñeta sirva de referente para *definir* e *informar* problemas profesionales relacionados con la enseñanza del álgebra, que requieran la *confrontación* con iguales y con textos de conocimiento didáctico, con objeto de que los profesores se relaciones con el conocimiento derivado de la investigación en didáctica de la matemática de manera significativa, seleccionando el que les resulta pertinente para *reformular* el problema detectado.

Tras esta introducción, en la comunicación se presenta una descripción de las bases teóricas que justifican la propuesta, y posteriormente se desarrolla, para acabar con unas conclusiones y los anexos correspondientes.

1. Formación de profesores de secundaria en la actualidad

Nos encontramos en un momento de cambio de la enseñanza obligatoria, en el que se le está dando mayor protagonismo al profesor. Esta circunstancia obliga a que cambie la formación de profesores, de manera que puedan surgir lo *profesionales reflexivos, autónomos y capaces de tomar decisiones* que se proponen en la legislación (MEC, 1991, 1992). Vamos a desarrollar brevemente la forma en que concebimos la formación de profesores.

Tanto en la LOGSE en España, como en los sistemas educativos de otros países, se observa una tendencia hacia lo que GIMENO (1995) llama una *desregulación en la enseñanza*, que se manifiesta en un cambio en la forma de ver el currículo, la enseñanza, la institución escolar y la profesión del enseñante. Se propone que el profesor tenga la responsabilidad de diseñar y desarrollar el currículo. La práctica docente se considera como una habilidad cognitiva compleja, que permite tomar decisiones mediatas e inmediatas, que deben responder a un planteamiento previo, para lo que el profesor tiene que disponer de un conocimiento práctico adecuado. El aprendizaje ha pasado a considerarse como un proceso activo encaminado a adquirir hábitos de comportamiento democrático y de relacionarse con la realidad circundante de una manera más fundamentada. Para ello, la institución escolar tiene que promover el trabajo colaborativo. En resumen, la práctica docente tiende a ser creativa, autónoma pero propensa a compartir, cuyo objetivo profesional es facilitar el aprendizaje (CONTRERAS, 1997).

En este movimiento desregulador subyace un reconocimiento de la individualidad del sujeto que se forma (alumno en la enseñanza obligatoria, estudiante para profesor en la formación inicial de profesores, profesor en los cursos de formación permanente, etc.). El formador tiene pues que adaptar el currículo a las condiciones de ese sujeto, y al contexto de trabajo. Incluso la individualidad del formador (profesor, formador de profesores, en nuestro caso) impide establecer un currículo de formación cerrado y rígido. Todo ello lleva a proponer una desregulacion en el papel del formador (profesor, formador de profesores), que alcanzará su apogeo cuando tenga más protagonismo en la toma de decisiones curriculares.

La formación de profesores de Matemáticas tiene que tomar en cuenta que los profesores están actuando en la nueva sociedad, pero que se iniciaron en otra sociedad, en la que la profesión docente tenía otras expectativas y responsabilidades sociales y científicas, que la hacían más tecnológica. La misma profesionalización docente está emergiendo, desde profesores de matemáticas de secundaria que eran licenciados en matemáticas, cuya formación como profesor se adquiría por medio de la experiencia práctica basada en el ensayo y error. La visión educativa de la matemática y el conocimiento derivado de la investigación didáctica no ha alcanzado aun la valoración suficiente de los profesores, con lo que es problemática la forma de compartir con los profesores la visión desreguladora de la enseñanza. Una de las preocupaciones de las didácticas específicas es, por tanto, buscar estrategias para que el profesor ponga en cuestión su expectativa de una formación tecnológica que le instruya sobre cómo transmitir unos contenidos establecidos, y de esta forma llegue a plantearse cuestiones de más alcance sobre su tarea profesional.

En estas condiciones, el profesor desarrolla su individualidad profesional, es decir, incorpora responsabilidades, finalidades, hábitos y recursos del colectivo profesional, pero de forma que las sienta como propias. Para facilitar la concepción del profesor autónomo que concibe la educación actual, se han propuesto dos metáforas que nos pueden ayudar a organizar la información (MORAL, 1998): el profesor *investigador* y el profesor *práctico reflexivo*. La metáfora del *profesor investigador* está basada en las teorías de STENHOUSE (1991), y trata de que el profesor sea protagonista de su formación, y desarrolle una actitud investigadora y emancipadora (CARR y KEMMIS, 1988). Para conseguir estos fines, se propone una formación basada en la investigación en la acción (ELLIOT, 1993). La formación en los centros podría tomar en consideración esta metáfora y explotarla.

El reconocimiento de que la formación teórica no repercute necesariamente en la actuación práctica (SCHOM, 1983) ha dado lugar a la metáfora del profesor como *práctico reflexivo*. Esta metáfora se opone a la visión del profesor como técnico que aplica soluciones externas, como ejecutor de propuestas curriculares impuestas, o como consumidor del conocimiento curricular. El término *práctico reflexivo* deriva de los trabajos de Dewey, quien diferencia acción rutinaria de acción reflexiva. Posteriormente ha sido trabajado profusamente por otros autores. Así SCHOM(1983) llama la atención sobre la actuación reflexiva del práctico, no sólo después de la acción, sino durante la acción, y a la necesidad de compartir esta reflexión.

Pero además la reflexión se enfoca hacia un fin emancipatorio (contextualidad, MORAL, 1998). En esta línea podríamos situar el Ciclo de Reflexividad de SMYTH(1991), que concibe el desarrollo profesional del profesor como la resolución de problemas profesionales. El ciclo de Smyth encierra 4 fases, comenzando con la detección de un problema en la práctica, y terminando en un proceso de reconstrucción de la práctica, siguiendo las siguientes fases:

1. **Descripción**. Trata de caracterizar la práctica, respondiendo a: para qué se realiza, por qué (principios básicos que guían), y qué estamos haciendo (en la práctica, vida profesional, etc.).
2. **Información**. Trata de describir las teorías subyacentes a la práctica.
3. **Confrontación**. Reflexión colaborativa con otros sujetos, o con aportes teóricos.
4. **Reconstrucción**. Reformulación de la situación a partir de las reflexiones anteriores.

Nosotros empleamos el Ciclo de Smyth como esquema de acción para los cursos de formación, pero también como un referente final (FLORES, 2000). Veamos un ejemplo de actuación, que hemos puesto en práctica en diversos cursos impartidos en otros tantos lugares. Para ello nos hemos centrado en un contenido matemático muy significativo en la Enseñanza Secundaria Obligatoria, la introducción del álgebra. Los decretos de mínimos (MEC, 1991) han alterado de manera evidente los anteriores programas de álgebra de la antigua EGB y del BUP, en edades similares. Además, hay un gran cuerpo de conocimientos didácticos que pueden ser compartidos con los profesores. Por tanto se trata de facilitar la visión del álgebra que plantean los nuevos currículos, y de compartir un conocimiento didáctico específico.

2. Módulo propuesto para favorecer la reflexión sobre problemas profesionales.

En los cursos de formación de profesores, los asistentes provienen de lugares diferentes, con situaciones profesionales diversas, por lo que resulta difícil poner en común un problema profesional con objeto de convertirlo en foco de atención de la formación. Además los profesores tienen propensión a buscar soluciones prácticas artesanales, más que conocimiento estratégico reconocido por la comunidad educativa.

Para salvar estas dificultades (FLORES, 1997a), empleamos viñetas humorísticas, que tienen una interpretación abierta, crean un clima distendido y facilitan la aceptación de que aparezcan lógicas diversas. En este caso hemos elegido una viñeta de un autor africano (SAH BI, WANDJA, (1985)), profesor de matemáticas, aparecida en la revista PLOT. (Figura 1).

Después de plantear la necesidad de que la docencia adquiera un carácter profesional (FLORES, 1997b), y de discutir la necesidad de precisar el conocimiento profesional docente, se proyecta y entrega la viñeta y se pide que *identifiquen el problema con el que se enfrenta el profesor que aparece en la viñeta*.

2.1 **Descripción** del problema.

Se inicia pues el ciclo de reflexión. Las experiencias realizadas con esta situación nos han mostrado que los profesores comienzan por formular el problema en términos de carencias de los alumnos: *El alumno no sabe lo que hace*. De esta forma sintetiza una apreciación que no se percibe como problemática. A continuación comienzan a hacer conjeturas sobre las razones de esta situación: *Los alumnos son mecánicos en sus* *respuestas y no se preocupan del sentido de lo que hacen*; *El profesor no le ha* <u>*dicho*</u> *para que se resuelven las ecuaciones*; *No le* <u>*han enseñado*</u> *que la ecuación responde a un problema*, etc. La fase de descripción del problema tiene que continuar hasta que los profesores identifiquen la situación planteada con alguna que se haya dado en su experiencia, y con ello sientan que, por encima de sus percepciones iniciales, la introducción del álgebra genera dificultades serias en el alumno, que no se resuelven haciendo más claras las consignas ni pretendiendo crear hábitos de comprobación.

2.2 **Información** del problema

Para avanzar en el estudio del problema, vamos escribiendo en la pizarra las creencias derivadas de las frases emitidas. Por ejemplo, cuando la frase es: *No se lo han dicho*, escribimos: *El niño hace lo que le dicen que haga*. En otras ocasiones mostramos las metáforas que subyacen a la creencia que fundamenta la afirmación (FLORES, 1999, en este caso: *enseñar = mostrar*). El trabajo en pequeños grupos hasta llegar al consenso, pretende mostrar la dificultad de compartir con los alumnos el sentido del razonamiento algebraico. Cuando los profesores muestren necesidad de apoyos externos para afrontar el problema pasamos a la siguiente fase.

2.3.**Confrontación**:

Un texto de carácter general, CHEVALLARD y otros (1997), pp. 60-63, nos permite avanzar. En este texto se interpreta la *irresponsabilidad matemática* del alumno a partir de la idea de *contrato didáctico*, y se muestra con ejemplos la repercusión que tiene el contrato didáctico implícito en el comportamiento de los alumnos. Los autores de este texto han escrito un libro atípico, en el que cada introducción teórica va precedida de unos diálogos entre distintos personajes, lo que permite el análisis posterior que da sentido a los aportes didácticos. En esencia, una estrategia indirecta para hacer que el lector tenga apoyos no tecnológicos al relacionarse con el conocimiento didáctico.

La confrontación continúa por medio de la presentación de otros textos de investigación en la enseñanza del álgebra, en español, aparecidos en revistas de profesores o similares, consistiendo en resúmenes de investigaciones con función divulgadora y organizadora del conocimiento didáctico (FLORES, 1998). En este caso se han seleccionado los siguientes: FERNÁNDEZ Y OTROS (1996), KIERAN Y FILLOY (1989), SOCAS Y PALAREA (1997), Posteriormente se suministra un texto específico, elaborado para esta ocasión, que figura en anexo: FERNÁNDEZ, (2000).

Para el debate de puesta en común de los textos, hemos seleccionado los siguientes puntos de referencia:

- Dificultades en la adquisición del pensamiento algebraico a partir del aritmético
- El lenguaje algebraico es extraño para el que se inicia, puramente simbólico, operando en dos niveles: semántico (significado paralelo con lenguaje natural) y sintáctico (reglas manipulativas)
- Conflictos entre lenguaje natural (abusos sintácticos), y lenguaje algebraico (sintaxis precisa)
- Nuevas reglas sintácticas algebraicas respecto a las aritméticas (ab por axb, pero 75 no es 7x5; signo *igual* – de resultado en aritmética, de equivalencia en álgebra, KIERAN Y FILLOY, 1989 -; el lenguaje matemático a veces puede extender la sintaxis más allá del dominio original de aplicación, pero no a otros casos: linealidad)
- Importancia del aspecto oral en enseñanza del álgebra, para apreciar lenguaje del alumno; discusiones en clase para precisar y explicitar la solución.

Cabe volver a la viñeta para hacer un análisis del discurso oral, en la que se observa la contraposición entre dos lógicas, la del alumno y la del profesor: El profesor piensa que el alumno sabe lo que hace, que responde a una necesidad y lo dirá si se le pregunta; El alumno parece que cree que el profesor plantea problemas para que el alumno obtenga un resultado, no me explico por qué me increpa.

- Interés en fomentar la escritura en matemáticas, por su importancia en el lenguaje algebraico.
- El álgebra es una herramienta para resolver problemas entre otros métodos de actuación, todos ellos válidos, aunque tienen diferente grado de abstracción.

2.4.**Reformulación**:

Es ingenuo esperar que el trabajo emprendido lleve a los profesores a resolver el problema planteado, pero sin embargo puede aportarles algunos elementos importantes. En primer lugar se espera que con este recorrido de reflexión, los profesores tengan mas argumentos para percibir el contenido algebraico del Currículo de ESO (MEC, 1991), en el que se aboga por un trabajo específico que favorezca el paso del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico. Ello debe llevar a relacionarse con mejor talante con textos que aborden de manera amplia el estudio algebraico.

Se habrá dado la ocasión de discutir sobre la pertinencia de la incorporación de materiales manipulativos a la enseñanza del álgebra, con lo que la relación de los profesores con los textos de conocimiento profesional puede ser más eficiente (GRUPO AZARQUIEL, 1991, SOCAS Y COL. 1989, etc.).

Habrá constituido un foco de debate lo que se entiende por álgebra, su carácter polisémico y la necesidad de caracterizar el pensamiento algebraico. Se espera con ello que se discuta sobre el papel del álgebra en la matemática, y su función para los distintos agentes (matemático, profesor, ingeniero, alumno).

3. Conclusiones

El proceso formativo que hemos presentado se ha planteado como finalidad ayudar el profesor en su desarrollo profesional, atendiendo la caracterización que hemos hecho de la profesión docente, y los campos de estudio que la analizan, basándonos para ello en la reflexión sobre un problema profesional.

Creemos que estas propuestas pueden hacer que el profesor de sentido a la didáctica de la matemática, como ciencia que está destinada a investigar para poder llegar a proponer aportes a los que recurrir cuando se plantea problemas profesionales y carece de recursos para afrontarlo. Para ello se muestra la necesidad de convertir el conocimiento de didáctica de la matemática en conocimiento utilizable por el profesor.

Con nuestra colaboración esperamos hacer algunos aportes a la reflexión que hay que emprender desde las didácticas específicas a la formación del profesorado, ya que uno de las necesidades que tendrá que abordar es buscar estrategias para facilitar la relación del profesor con el conocimiento didáctico.

Referencias

CARR, W. Y KEMMIS, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza*. Madrid, Martínez Roca.

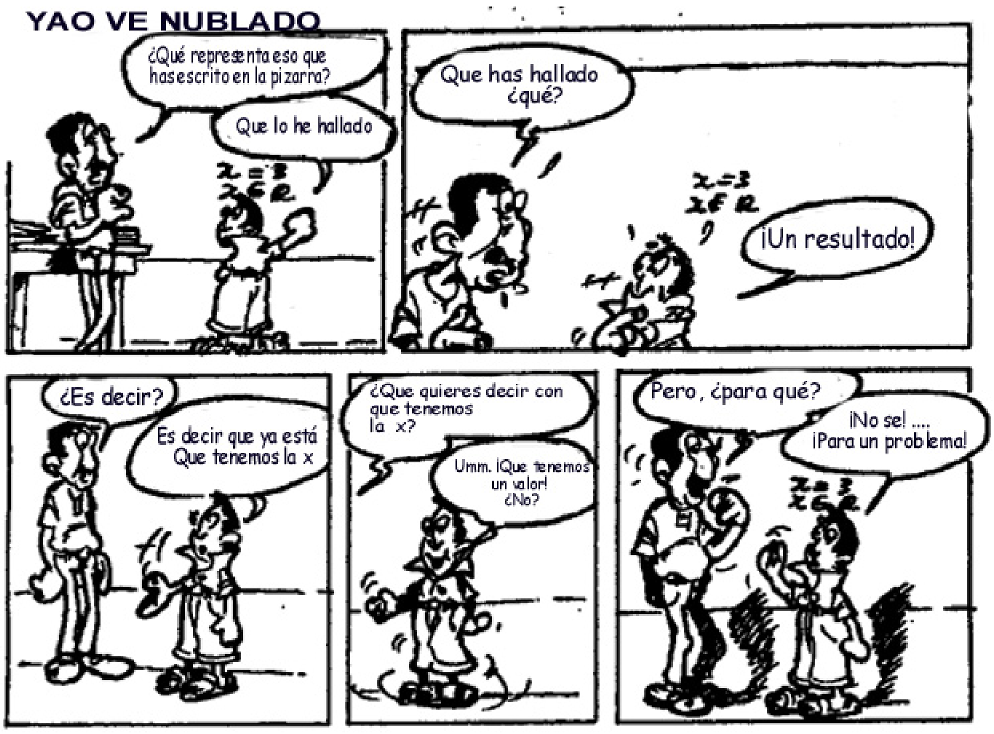
CHEVALLARD, Y OTROS. (1997). *Estudiar matemáticas*. Barcelona, Horsori.

CONTRERAS, J. (1997). *La autonomía del profesor*. Madrid, Morata.

ELLIOT, J. (1993). *Reconstructing Teacher Education*. Londres, The Falmer Press.

FERNÁNDEZ, F. Y OTROS. (1996): El Lenguaje Matemático. En Romero, A. (Ed.), *Lenguajes y Enseñanza*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones, pp. 317-344.
FILLOY, e. Y ROJANO, T. (1984): La aparición del lenguaje aritmético-algebraico. *L'Educazione Matematica*. Anno V, 3, 278-306.
FLORES, P. (1997a). La utilización del humor para facilitar la comunicación entre educadores matemáticos. *Educación Matemática,* Vol 9, nº 3, pp. 52-63.
FLORES, P. (1997b). El profesor de matemáticas, un profesional reflexivo. En Berenguer, M.I., y otros. (eds.). *Investigación en el aula de matemáticas.* Granada, THALES y D. D. M.
FLORES, P. (1998). Formación de profesores de matemáticas como práctica docente y como campo de investigación. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*.
FLORES, P. (1999), Empleo de metáforas en la formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática* Vol 11, nº 1, pp. 84-102.
FLORES, P. (2000). Reflexión sobre cuestiones profesionales surgidas durante las prácticas de enseñanza. *EMA*. Vol. 5, nº 2, pp. 1-28.
GIMENO, J. (1995). Esquemas de racionalización en una práctica compartida. Congreso Internacional de Didáctica. *Volver a pensar la educación*. (13-42). Madrid, Morata.
GRUPO AZARQUIEL (1991). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid, Síntesis.
KIERAN, C., FILLOY, E. (1989): El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7 3, 229-240.
MEC. (1991a). *Real Decreto 1007/1991, de 14 de Junio, Enseñanzas mínimas Educación Secundaria Obligatoria*. BOE nº 152, de 26 de Junio.
MEC. (1992b). *Real Decreto 1178/1992, de 2 de Octubre, Enseñanzas mínimas Bachillerato.* BOE nº 253, 21/10/92.
MORAL, C. (1998). *Formación para la profesión docente*. Granada, Grupo Editorial Universitario.
SCHOM, D. (1983). *La formación de profesionales reflexivos*. Paidos, Madrid,
SAH BI, J. Y WANDJA, G. (1985). Yao voit brouillard. *PLOT*.
SMYTH, J. (1991). Una pedagogía crítica en el aula. *Revista de Educación, 294*. Pp. 275-300.
SOCAS, M. Y PALAREA, M.M. (1997). Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. *UNO,* 14, pp. 7-24.
SOCAS, M., Y OTROS. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid, Síntesis.
STENHOUSE, L. (1991). *Investigación y desarrollo del currículum*. Madrid, Morata.

Figura 1


YAO VE NUBLADO
¿Qué representa eso que has escrito en la pizarra?
Que lo he hallado
Que has hallado ¿qué?
¡Un resultado!
¿Es decir?
Es decir que ya está Que tenemos la x
¿Que quieres decir con que tenemos la x?
Umm. ¡Que tenemos un valor! ¿No?
Pero, ¿para qué?
¡No se! .... ¡Para un problema!

ANEXO: Texto para confrontación

Introducción a la enseñanza-aprendizaje del álgebra: la etapa pre-algebraica.

Francisco Fernández García

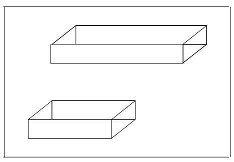
Diferentes estudios muestran la preferencia de los estudiantes por acercamientos operativos al álgebra, en lugar de aproximaciones estructurales (SFARD, 1991). Es decir, los alumnos comprenden mejor los conceptos algebraicos cuando, en la clase de matemáticas, la enseñanza se produce a través del desarrollo de situaciones problemáticas, contextualizadas y cercanas al "mundo real" cotidiano al entorno del estudiante. Dentro de estas situaciones problemáticas, y formando parte de ellas, se encuentran los problemas.

La resolución de problemas tiene el potencial de ser intrínsecamente motivadora para los estudiantes (THORPE, 1989), y puede dar sentido al uso de los símbolos del álgebra.

Por otra parte, la capacidad del estudiante para resolver problemas verbales algebraicos, puede ser indicativa de la adquisición de un nivel aceptable de conocimiento algebraico, pues ha de ser capaz de comprender e interpretar las relaciones matemáticas involucradas en estos problemas. Además la resolución efectiva depende también del conocimiento que tenga el estudiante de las situaciones concretas que están implicadas en una situación problemática (RUBIO, 1995).

La resolución de problemas facilita el paso progresivo desde una etapa aritmética a una algebraica utilizando un puente entre ambas, lo que se ha dado en llamar *pre-álgebra*. Se trata de que el significado de los símbolos se adquiera en una transición también progresiva, de tal forma que las soluciones de tipo numérico den paso a la introducción de símbolos icónicos concretos y éstos se utilicen para dar significado a los símbolos alfa-numéricos más abstractos (FERNÁNDEZ, 1996).

Los *sistemas de representación* que utilizan los escolares pueden ser indicativos de cual es su nivel de complejidad respecto a su conocimiento algebraico. Los sistemas de representación ponen de manifiesto los procesos cognitivos y son necesarios para comunicar las ideas matemáticas, tomando forma de lenguaje oral, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos (CASTRO Y CASTRO, 1997).



En la resolución de problemas verbales algebraicos escolares se han identificado cinco categorías de sistemas de representación utilizados: *ensayo-error*, *parte-todo*, *gráfico*, *gráfico-simbólico* y *simbólico* (FERNÁNDEZ, 1997). El conocimiento de esta realidad por parte del profesor debe permitirle disponer de una herramienta que posibilite el significado de las relaciones algebraicas que se generan en un problema algebraico y, con ello, una enseñanza más significativa del Álgebra.

La exposición de los sistemas de representación indicados se va a hacer al hilo de la resolución de un problema algebraico elemental.

Un problema verbal algebraico.

Para hacer un trabajo de manualidades, Inés compra en la tienda de bricolage dos listones cortos de madera y uno largo y ha pagado 210 ptas. El listón largo cuesta 30 ptas más que uno de los cortos. ¿Cuánto cuesta cada listón de madera?

Para un estudiante que es competente en aritmética, utilizar una representación numérica del problema y proponer un resultado para comprobar su bondad, no debe ofrecer ningún obstáculo. Además, en este caso, los datos del problema son números que facilitan este método de resolución. Entonces se puede empezar a abordar problemas de este tipo mediante un:

Planteamiento Numérico a través un sistema de representación *Parte-todo* o de *Ensayo-error*. Si tomamos éste último, el planteamiento del problema puede ser:

Sistema de Representación por Ensayo -Error:

listón corto = 20 ptas. 20 + 20 + 20 + 30 = 90 le falta: debe ser más caro
listón corto = 50 ptas. 50 + 50 + 50 + 30 = 180 le falta todavía
listón corto = 70 ptas. 70 + 70 + 70 + 30 = 240 ya le sobra
listón corto = 60 ptas. 60 + 60 + 60 + 30 = 210 da igual que indica el problema

Por lo tanto, el listón corto cuesta: 60 ptas., y el largo: 60+30= 90 ptas.

La conjetura, la discusión, el contraejemplo, el diálogo formativo tienen en este momento una importancia crucial, pues las suposiciones de valores numéricos para obtener el dato desconocido pueden ser indicativos de la compresión del problema y de la situación problemática. La idoneidad de los valores propuestos como resultado pueden mostrar también la presunción de una representación mental de las relaciones (la propuesta de un valor exageradamente alto, 200 o más, sería suficiente para saber que no se ha alcanzado un sentido correcto de las relaciones entre los datos del problema). Desde el momento en que se supone un valor numérico para el resultado, es muy importante que se vaya dando significado al propio dato, a cada una de las operaciones y al resultado de esas operaciones. Así, el simbolismo posterior tendrá más sentido para el estudiante.

Este sistema de representación puede ser también un punto de unión entre la etapa aritmética y la etapa algebraica del alumno.

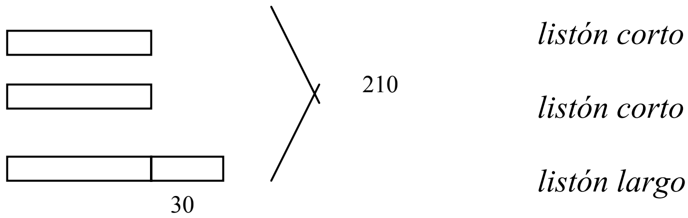
Sistema de Representación por Parte-Todo

Si se le resta 30 cm al listón grande es como si hubiera 3 listones cortos.
Entonces, 3 listones cortos miden: 210 – 30 = 180
Un listón corto medirá: 180 : 3 = 60
Hay que añadir 30 cm al listón corto para obtener el grande, es decir:
Listón corto: 60 cm. ; Listón grande: 60 + 30 = 90 cm.

El razonamiento numérico se hace buscando relacionar el todo, la relación de todos los listones con una parte de ellos, es decir, con el listón corto. El estudiante realiza, en estos casos, mucho razonamiento mental que debe de llevar al papel para que quede explícito y el profesor pueda comprender su proceso de pensamiento. Es el sistema de representación numérico que más utilizan los estudiantes con una buena capacidad aritmética, porque el ensayo-error les parece lento, largo y tedioso, además de no haberlo practicado en el aula. Sin embargo, este sistema de parte-todo tiene poco éxito cuando en los enunciados de los problemas algebraicos se introducen factores que, como datos numéricos más complejos (como pueden ser factores decimales), dificultan su resolución.

Planteamiento gráfico. La representación de los objetos o de las características de las cualidades cuantificables de esos objetos a que se alude en el texto del problema, en las primeras etapas de la instrucción para la resolución de problemas algebraicos, suele ser de gran trascendencia, de tal forma que para muchos estudiantes llega a ser soporte imprescindible en etapas de mayor complejidad en el aprendizaje de estos problemas. Una representación visual (icónica, geométrica, física o diagramática), además permite la inmersión en la situación problemática por parte del alumno.

Sistema de Representación Gráfico



3 listones cortos $= 210 - 30$

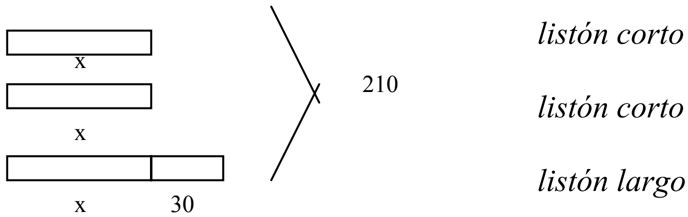
3 listones cortos $= 180$; *listón corto* $= 180 : 3$

listón corto $= 60$ *ptas.* ; *listón largo* $= 60 + 30 = 90$ *ptas.*

El sistema de representación gráfico llegará a ser lo más esquemático y simplificado posible. La observación visual del objeto o de su representación implica significados acerca de sus propiedades (tiras o listones de madera que pueden ser manipulables, se pueden cortar, su longitud se puede comparar, se puede establecer una relación unívoca entre longitud y precio). Sin embargo, el uso del esquema para este problema particular hace que se trabaje en el campo de lo concreto, no se llega a una abstracción del objeto y por lo tanto no hay una generalización del modelo.

Planteamiento gráfico-simbólico. Este es un sistema de representación en el que se aproximan el sistema gráfico y el simbolismo algebraico, dándole sentido a la introducción de letras para indicar las cantidades desconocidas o incógnitas.

Sistema de Representación Gráfico-Simbólico



$$x + x + x + 30 = 210$$
$$3x = 210 - 30 = 180$$
$$x = 180 : 3 = 60$$

listón corto $= 60$ *ptas.* ; *listón largo* $= x + 30 = 60 + 30 = 90$ *ptas.*

Este tipo de representación suele ser muy usado en la enseñanza-aprendizaje de otras materias, como la Física, en donde muchas veces el profesor solicita , y evalúa, el esquema gráfico en la resolución de los problemas o en el planteamiento de cuestiones de esta índole. Es una aproximación que sirve de puente entre el sistema de representación gráfico y el puramente simbólico.

Planteamiento simbólico. El sistema de representación que consideramos genuinamente algebraico. Se identifican las incógnitas mediante letras y se expresan las relaciones matemáticas mediante ecuaciones. No es necesario el uso de objetos concretos, se generaliza el lenguaje algebraico, se llega a un grado de abstracción más complejo. El modelo se puede aplicar a otros problemas de las mismas características: se generaliza el método.

Sistema de Representación Simbólico

listón corto $= x$

listón largo $= x + 30$

$$2x + x + 30 = 210$$

$$3x = 210 - 30 = 180$$
$$x = 180 : 3 = 60$$
listón corto = 60 ptas. ; *listón largo = 60 + 30 = 90 ptas.*

Este sistema de representación se puede considerar como un objetivo al finalizar el período de instrucción de la enseñanza-aprendizaje del álgebra. Indica un nivel de pensamiento algebraico altamente sofisticado, que permite abordar otros contenidos matemáticos superiores, y es base para el conocimiento y desarrollo de otras ciencias (Física, Biología, Química, Informática, Estadística, etc.). Es un objetivo para aquellos alumnos que pretenden continuar los estudios en disciplinas técnico-científicas.

Conclusiones

El camino para llegar a un sistema de representación simbólico, a un lenguaje de signos abstractos, debe contemplar otras opciones de representación que rescaten la gran experiencia y conocimiento acumulados en Primaria. Para ello es necesario que el estudiante construya esquemas de representación intermedios que permitan dar sentido a la información del enunciado del problema. En todas estas representaciones subyace una interpretación algebraica del problema y son indicativas de que hay pensamiento algebraico. La elección de uno u otro sistema de representación, para la resolución correcta de un problema verbal algebraico, dependerá del estudiante, del problema y de la instrucción, pero debe considerarse legítima la elección y apreciar que se ha puesto en juego un conocimiento algebraico competente, un modo útil de expresión del pensamiento algebraico, que capacita al estudiante de secundaria para conseguir objetivos de álgebra en la Enseñanza Obligatoria.

Los estudiantes que terminen la E.S.O. pueden dejar los estudios, y otros seguirán estudios no relacionados con las ciencias. Un alumno de Secundaria será competente en álgebra cuando sea capaz de expresar correctamente su conocimiento algebraico en, al menos, uno de los sistema de representación en que se manifiesta dicho conocimiento. En estos niveles no se sabe necesariamente más álgebra cuando se usan destrezas operatorias sofisticadas pero carentes de significado.

Referencias

CASTRO, E. Y CASTRO, E.. (1997): Representaciones y Modelización. En L. Rico (Coord.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, Barcelona: Horsori.

FERNÁNDEZ, F. (1996): El paso de la Aritmética al Álgebra: una propuesta didáctica. *Aula de Innovación Educativa*, 50, 17-21.

FERNÁNDEZ, F. (1997): *Evaluación de competencias en Álgebra elemental a través de problemas verbales*. Tesis Doctoral. Granada: Departamento Didáctica Matemática. Universidad de Granada.

RUBIO, G. (1995): " El desarrollo de la capacidad para realizar el análisis lógico de los problemas aritmético/algebraicos y su vinculación con su comprensión y uso competente", en Filloy, E. y Rojano, T. (Eds.), *Memorias del IV Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. Didáctica del Algebra*. México: Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV.

SFARD, A. (1991): "On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different side of the same coin" en *Educational Studies in Mathematics*, 22,1-36.

THORPE, A. J. (1989): "Algebra: what should we teach and how should teach it?" en Wagner, S. y Kieran, C. (Eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*. Reston, Virginia: NCTM.