

FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS REFLEXIVOS

Pablo Flores Martínez
María J. Peñas Troyano
Departamento de Didáctica de la Matemática
Universidad de Granada, España

Introducción

En el marco de una asignatura de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada, que atiende a la formación pedagógica de futuros profesores de matemáticas de enseñanza secundaria, los estudiantes nos han plantado la siguiente cuestión: *¿Cómo hacer que los alumnos traduzcan correctamente expresiones al lenguaje algebraico?*. Posiblemente todos los profesores de matemáticas podríamos responderles a esta cuestión, aunque ello no significa que estemos en posesión de la respuesta más idónea ni la que ellos esperan. Para poder interactuar con estos futuros profesores de manera que nuestra intervención les sea productiva en su desarrollo profesional como profesores, tenemos que tomar en consideración su situación actual, esto es:

. Aún son alumnos, que tienen que satisfacer algunas demandas para que el profesor y la sociedad les asigne la calificación adecuada y el título administrativo de Licenciado en Matemáticas, que les posibilitará para ser profesor

. Probablemente estén buscando una respuesta tecnológica que les lleve a poner en juego una enseñanza que haga que sus alumnos *traduzcan correctamente al lenguaje algebraico*.

. Los estudiantes valoran como éxito académico el realizar correctamente las traducciones al lenguaje algebraico que les van a demandar en las pruebas y exámenes

sus profesores, aunque en estas pruebas la traducción sea un peso inútil que puede dificultar la resolución del problema al que va asociado, etc.

Desde estas perspectivas, el formador de profesores no puede contentarse con mostrar el conocimiento didáctico que existe relativo a la enseñanza del álgebra en secundaria, ya que, éste, parte de una situación que los estudiantes no están en condiciones de percibir. Por ejemplo:

. Si el formador les indica que el álgebra es considerada en los currículos actuales (NCTM, 1991, Ferrini-Mundy, 2001) un *medio para resolver problemas*, **no un fin en si misma**, los estudiantes pueden estar aparentemente de acuerdo, pero eso no les lleva a relativizar el papel de la traducción algebraica, sino que la seguirán considerando una destreza de aprendizaje necesaria, de la que sus alumnos captarán el interés más adelante.

. Si el formador les muestra la variedad de papeles que desempeñan las letras en el álgebra (Freudenthal, 1994), los estudiantes no verán en ello más que la necesidad de que en su enseñanza se diferencien estos papeles, desmarcando la enseñanza del álgebra como estructura de operaciones aritméticas del álgebra como cálculo simbólico.

. Si el formador les muestra modelos para la enseñanza del álgebra, como la balanza (Socas y otros, 1989), o le sugiere que representen los datos y las incógnitas gráficamente o en cuadros de doble entrada, los estudiantes pueden interpretar estos medios como reglas mnemotécnicas, sin tomar en consideración que con ello se les están mostrando estrategias de aprender a aprender que a la vez utilizan otras representaciones de un mismo objeto matemático, la expresión algebraica, y siempre supeditando su uso a que gracias a ellos los alumnos realizarán correctamente los cálculos literales adecuados.

En todos estos casos se observa que los estudiantes tienen unas expectativas ligadas a los hábitos que han desarrollado en su historia como alumnos, con lo que su consideración de lo que es enseñar matemáticas les lleva a unas demandas acordes con estas expectativas. Ahora bien, ¿son éstas las expectativas de formación que tiene el formador? ¿Cuál es la visión de la enseñanza de las matemáticas que tiene y quiere que sirva de referencia al estudiante? ¿Cómo poner en común estas perspectivas tan diferentes?.

Con estos ejemplos hemos querido poner de manifiesto que en la formación inicial de profesores aparece una diferencia entre la forma en que el estudiante ve la profesión docente y cómo la ve el formador o los profesores expertos (Schön, 1992). El formador trata de que el estudiante se haga una representación compleja de su tarea profesional, contemplándose como un educador que emplea las matemáticas para ayudar a los niños en sus procesos de crecimiento. Para ello cuenta con un bagaje de conocimiento didáctico y profesional, basado en análisis teóricos de las interacciones humanas, y contrastado con experiencias empíricas. El formador pretende que este conocimiento didáctico le sea significativo al estudiante. Pero el estudiante, que domina un conocimiento matemático con una estructura formal muy clara, demanda a la didáctica estrategias técnicas de enseñanza que le ayuden a crear destrezas matemáticas en sus alumnos.

Para salvar en parte estas diferencias entre las expectativas del formador y del estudiante para profesor, a la vez que para iniciar a los estudiantes en la variedad de situaciones que tiene que afrontar como profesor, los planes de formación inicial de profesores recurren a la realización del *Practicum*. En este período se deja al futuro profesor en un aula de secundaria, a cargo de un profesor experto que actúa como tutor, para que se relacione con los alumnos y comience a cambiar su perspectiva de lo que es

la profesión docente. Durante las prácticas el estudiante desarrolla destrezas de comunicación con los alumnos, pone al día sus conocimientos de la matemática escolar y los relaciona con los que él maneja en la Universidad, y comienza a percibir la que será su profesión futura. Pero ¿es suficiente con esta experiencia de inmersión y actuación semiautónoma del estudiante para cambiar las expectativas que le dominan fruto de su larga vida como alumno? ¿Cómo utilizar esta experiencia de prácticas para ayudar al estudiante a relacionarse con el conocimiento didáctico y sobre todo a procesarlo?

En este artículo describimos un proceso de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que estamos llevando a cabo en la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada, España, en el que tratamos de facilitar que los estudiantes para profesor generen hábitos de reflexión sobre problemas prácticos profesionales, surgidos durante las prácticas de enseñanza. Intentamos con ello incidir en la componente dinámica del conocimiento profesional de los profesores de Matemáticas de Enseñanza Secundaria, estudiantes de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas en Institutos (Flores, 1998, 2000).

En el siguiente apartado presentaremos nuestra forma de concebir la formación inicial de profesores, que caracterizamos como ayuda a la reflexión, dado que el profesor es un profesional práctico (Schon, 1992) reflexivo (Liston y Zeichner 1997, Smyth, 1991, Contreras, 1997). Posteriormente describiremos el proceso de formación que estamos empleando, que desarrollaremos a continuación mediante el caso de un grupo de 5 estudiantes del curso académico 2001-2002, que han reflexionado sobre la cuestión presentada anteriormente: *¿Qué causas dificultan la traducción del enunciado de un problema al lenguaje algebraico?*. Finalizaremos el artículo con algunas

conclusiones sobre el proceso emprendido y las reflexiones investigadoras que estamos realizando sobre él.

1. El profesor como práctico reflexivo

Con la explosión de la sociedad urbana, la enseñanza adquiere una generalización que se va ampliando hasta tender en la actualidad a la escolarización plena en las edades tempranas. La revolución industrial y los modelos derivados de la política de empresa hacen que en los años 50 en adelante se considere la docencia como una tecnología que tiene un carácter intencional, pretendiendo el logro de unos ciertos objetivos. Para llegar a estas finalidades se necesita unos profesores profesionales que tomen en cuenta las condiciones de actuación propias y de sus alumnos y se comprometan en su desarrollo, con lo que podemos decir que tendemos hacia la **profesionalización** del profesor de Matemáticas (Nodding 1992, Romberg, 1988).

Evoluciones posteriores de la Psicología, en las que se ha roto la identificación de aprendizaje con conducta explícita, hacen ver que la tarea del docente profesional tiene una función predominantemente asistencial, en la que los objetivos observables no son los más importantes, sino que interesa que la actuación sea ética en sí misma (Contreras, 1997). Por tanto la actuación del profesor no está sólo marcada por los fines instructivos del alumno, sino que tiene que ajustarse al desarrollo de la persona que se forma, en el contexto cultural en que vive. Por tanto, la docencia se distancia de la técnica, lo que da lugar a definir al profesor como un profesional práctico con función ética, que pone en tela de juicio los valores dominantes. Con ello pasamos a considerar al profesor como un profesional **crítico** (Carr y Kemmis 1988, Contreras 1997, Hergreaves 1996, Liston y Zeichner 1997).

La tarea asistencial que constituye la docencia atiende a alumnos que son sujetos únicos, distintos y cambiantes, tanto por su individualidad, como por las condiciones socioculturales en las que se ubican. Ello hace que el docente deba disponer de principios de actuación versátiles que le permitan adaptarse a situaciones y sujetos cambiantes. Para ello el profesor tiene que sumergirse en un proceso de desarrollo profesional, es decir, de formación continua acorde con su forma de contemplar el mundo, pero tratando de introducir en esta visión el mayor conjunto posible de perspectivas y variables. Para relacionarse con estas variables de manera significativa, el profesor tiene que desarrollar una actitud **reflexiva** (Schön, 1992) que le permita contemplar y afrontar los problemas profesionales que se le van planteando (Stenhouse 1991, Elliot 1993). Esta actitud reflexiva permitirá que el profesor esté abierto a contemplar nuevas aportaciones que se están haciendo desde las distintas bases teóricas, incorporando aquellas que le sean significativas en función de su experiencia.

El concepto de reflexión proviene de los escritos de Dewey (original de 1933, edición en español de 1989), quien sugiere que la reflexión incluye un estado de duda y un acto de búsqueda de resolución. Para Dewey, el proceso de reflexión para los profesores comienza cuando la experiencia se torna difícil y surge algún acontecimiento problemático que no puede ser resuelto inmediatamente. Los profesores experimentan una incertidumbre que les hace volver atrás y analizar su experiencia, durante la acción o después de la acción. A partir de estos planteamientos establece la distinción entre acción rutinaria y acción reflexiva. Para llevar a cabo un proceso de reflexión el profesor tiene que adquirir ciertas actitudes (por ejemplo, mente abierta, entusiasmo y responsabilidad) y herramientas de pensamiento (razonamiento y pensamiento ordenado).

Los análisis de Dewey se han visto reforzados con las aportaciones de Schön (1983, 1992), quien destacó en el análisis de la actuación profesional de los prácticos, estableciendo las diferencias entre la formación teórica que suele dar la Universidad y las necesidades prácticas que tienen los profesionales. Schön nos aporta su idea de profesional reflexivo, que lo caracteriza como aquel que trata justamente de entender la forma en que los profesionales se enfrentan a aquellas situaciones que no quedan resueltas disponiendo de repertorios técnicos; aquel tipo de actividades que, como la enseñanza, se caracterizan por actuar sobre situaciones que son inciertas, inestables, singulares y en las que hay conflictos de valor (Contreras, 1997, pp. 77). Para él la reflexión “en y sobre” la acción, son mecanismos que los prácticos reflexivos usan para su desarrollo continuo y para aprender desde su clase.

Tal como hemos destacado en la introducción, los estudiantes tienen predisposición a reflexionar sobre las cuestiones profesionales, pero su expectativa les sitúa en una demanda técnica, en la que tratan de llegar a obtener estrategias de enseñanza encaminadas a conseguir que los alumnos realicen destrezas prefijadas. ¿Es esta la pretensión de reflexión que pretendemos en los cursos de formación de profesores?. Para responder a esta cuestión conviene que establezcamos niveles de reflexión que nos ayuden a clarificar nuestras intenciones. Si atendemos al tipo de problema en el cual incide la reflexión es de destacar la siguiente caracterización clásica de Van Manen (1977) (Cuadro 1)

TIPO DE REFLEXIVIDAD (Van Manen)	
RACIONALIDAD TÉCNICA (Nivel empírico- analítico)	<p>La reflexión se basa en la aplicación eficaz en el ámbito del aula, de las habilidades y conocimientos técnicos así como de la selección y uso adecuado de estrategias didácticas en el aula. La reflexividad se preocupa de la aplicación del conocimiento a la consecución de alguna meta o fin deseado.</p> <p>El sujeto se cuestiona cómo lograr de una forma eficiente una meta planteada de antemano.</p>
ACCIÓN PRÁCTICA	<p>La reflexividad presta atención a la comprensión de la interacción de los individuos. El profesor hace explícitas las suposiciones en las que</p>

(Nivel hermenéutico-fenomenológico)	descansan sus acciones profesionales. Se produce una comprensión interpretativa, es decir, el profesor hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales.
REFLEXIÓN CRÍTICA (Nivel crítico-teórico)	La reflexividad centrará su atención en el cuestionamiento de los criterios morales, éticos y normativos relacionados directa o indirectamente con el aula y reflexiona sobre los supuestos que limitan o modelan la práctica. La reflexividad emplea una teoría emancipatoria de la verdad. Se plantea hasta qué punto las metas educativas llevan a formas de vida igualitarias y justas.

Si bien los focos de atención de estos niveles de reflexión van cambiando, se puede considerar esta clasificación de Van Manen como una clasificación jerárquica, ya que al crecer en estos niveles se amplía la cantidad y variedad de condiciones contextuales que se toman en consideración. Se considera que los diferentes tipos de reflexión atendiendo a la identificación del problema se reproducen de manera gradual en el docente desde el principiante (estudiante para profesor) al docente-guía pasando por el experto. Se presupone que conforme el docente va adquiriendo experiencia y reflexiona sobre las distintas situaciones problemáticas que le surgen en el transcurso de la práctica, sus reflexiones van alcanzando un mayor grado de profundización (preocupación por los principios o teorías subyacentes a su práctica y a la práctica docente en su conjunto). Parece lógico pensar que conforme el docente va adquiriendo experiencia, el número de situaciones no familiares de carácter técnico (que requieren solución con mayor grado de inmediatez en la práctica) disminuyen, pudiéndose prestar atención a otro tipo de situaciones problemáticas que exigen mayores niveles de reflexión por parte del docente (Peñas, en prensa).

2. Profesores de matemáticas reflexivos

Atendiendo a las razones expuestas, en Educación Matemática se están llevando a cabo investigaciones y procesos formativos que encaran al profesor como un

profesional práctico reflexivo. Es de destacar los análisis de Cooney, en la Universidad de Athens, Georgia, y sus propuestas de formación.

Cooney y sus colaboradores (Cooney 1999, 2001, Cooney, Shealy y Arvold, 1998, Mewborn, 1999) se inspiran en la idea de reflexión de Dewey y la posterior evolución de Schön (1991), que concretan con la definición de reflexión de Von Glasersfeld (1991), esto es, reflexión es la habilidad de un individuo para distanciarse de los hechos de la experiencia directa para representarse un fragmento de esta experiencia y contemplarlo como tal, mientras se es consciente de qué cosas son hechos y cuáles no. Como Cooney (2001) destaca, el proceso de reflexión parte de la detección de una situación de duda e implica (Von Glasersfeld 1991) un distanciamiento de la realidad que permita poner de evidencia las propias creencias sobre la cuestión para poder confrontarlas con la evidencia empírica. En nuestro caso, la intención de que los estudiantes lleven a cabo un proceso de reflexión sobre una cuestión profesional (Flores, 1998, 2000, Peñas, en prensa), supone que sean capaces de distanciarse de la cuestión explicitando las creencias sobre la enseñanza y las matemáticas que la sustentan, lo que les hará tomar conciencia de su posición, con vistas a que las confronten con compañeros y el formador hasta reformular la cuestión en nuevos términos.

En el proceso de reflexión el sujeto entra en contacto con una situación que le siembra duda (Dewey, 1989), es decir, que no puede afrontar con sus conocimientos prácticos ni teóricos. Para afrontarla tiene que delimitar esta cuestión en relación a sus expectativas, pero sin que ello se limite a una acumulación de conocimiento técnico, sino tratando de analizar la relación que él mismo guarda con la duda y las condiciones en las que se verifica. Para ello tiene que hacer explícitas sus concepciones y creencias sobre el asunto, distanciándose del mismo. Ello supondrá una disposición a relacionarse con el conocimiento como algo próximo, pero no por ello trivial, sino anclado en su

experiencia. Sólo entonces estará en disposición de examinar otras formas de contemplar el problema sin caer en una sumisión ni en un rechazo de otras posturas. El examen de otros puntos de vista le permitirá relacionarse con ellas de manera significativa, para sondear en ellas una nueva forma de contemplar el problema y reconstruirlo.

Este proceso pone en juego el conocimiento, entendido como concepciones y creencias (Flores, 1998b), y la relación que establece con él. Para estudiar la reflexión de los sujetos tenemos que buscar dimensiones que permitan aclarar las concepciones y creencias de los sujetos. Cooney (2001, 1999) utiliza para referirse a esta componente el clásico análisis de creencias de Green (1971), quien analiza la estructura del sistema de creencias mediante un proceso gradual de tres dimensiones ligado a la forma en que las sustentamos, no a su contenido: su estructura cuasi-lógica, la relación espacial y el grado de cohesión que alcanzan. Esta metáfora visual de estructura de creencias y concepciones puede servirnos para relacionarlo con la idea de que la reflexión es un proceso que trata de que los sujetos interactúen con el conocimiento de una manera adaptativa, lo que significa que estén en disposición de incorporarlo a su sistema de concepciones y creencias que le permita crear una estructura cada vez más organizada.

Para llevar a esta situación, los sujetos tienen que ser versátiles, lo que supone una actitud abierta a buscar significado a las situaciones. Para ello se precisa una disposición a afrontar la evidencia empírica y relacionarla con el conocimiento. Cooney como otros investigadores sobre el tema nos recuerdan el papel que juega en esta disposición el nivel de desarrollo moral y ético del sujeto, y nos sugiere que para estudiarlo acudamos a los análisis que se han hecho al respecto. Un estudio especialmente significativo del nivel de desarrollo ético es el debido a Perry (1970), quien considera que la evolución ética del sujeto está muy relacionada con la forma en

que concibe la autoridad del conocimiento científico. Estableciendo un paralelismo entre la forma en que se relaciona un estudiante con el conocimiento, Perry considera que el sujeto comienza en una situación dualística, en la que la autoridad externa (padres, profesores, mayores, etc.) le establece las verdades, para llegar a relacionarse con el conocimiento de manera comprometida, en la que el sujeto es capaz de discernir quien tiene la autoridad entre todas las opciones posibles, y comprometerse con una forma de contemplar el mundo, sabiendo que las demás tienen una lógica de compromiso con otras formas de verlo.

La estructura de concepciones y creencias y el lugar que se concede a la autoridad pueden ayudarnos a interpretar el proceso de reflexión que llevan a cabo nuestros estudiantes.

Los trabajos realizados en esta línea de investigación toman la forma de estudio de caso, en el que se caracteriza el grado de reflexión que llevan a cabo los sujetos, en general durante un proceso suficientemente amplio de tiempo, con lo que se tiende a estudios longitudinales.

3. El Ciclo de Smyth

Ya hemos caracterizado la reflexión como el proceso por el que el estudiante y el profesor se relacionan con el conocimiento *a partir de una duda* actuando de manera sistemática (Dewey) en su proceso de desarrollo *práctico profesional* (Schön). Así mismo hemos descrito que este proceso de reflexión se caracteriza por un *distanciamiento del problema*, para poder *explicitar las creencias* subyacentes y con ello *comprender otras alternativas* (Cooney et al. 1999).

Siguiendo con los niveles de reflexión indicados, en este trabajo vamos a avanzar y considerar que la reflexión tiene una *función crítica*, esto es, analiza las

condiciones en que se plantea el problema para discernir los aspectos educativos de los meramente instructivos. En esta perspectiva, empleamos como modelo de reflexión el Ciclo de Smyth (1991), estrategia pensada específicamente para el contexto de la labor del docente, de ahí su potencialidad en este trabajo. La intención de Smyth con este ciclo era buscar un sistema de perfeccionamiento del profesorado que permitiera el desarrollo profesional de los mismos dentro de un contexto de reflexión crítica. En el Ciclo de Reflexión de Smyth se recogen de manera sistemática los aspectos considerados anteriormente, mediante el establecimiento de las siguientes fases:

- Descripción: Identificación de la práctica y de la situación de conflicto. ¿Qué hago? ¿Cómo resolver la cuestión? ¿Cuáles son las circunstancias del conflicto?
- Información: Soporte de las prácticas. ¿Qué significado tiene lo que hago? ¿Qué creencias informan las premisas del conflicto?
- Confrontación: Percepción de otras prácticas y teorías. ¿Cómo lo contemplan otros? ¿De qué premisas parten? ¿Cómo se relacionan con las mías?
- Reconstrucción: Nuevo plan de acción. ¿Qué haría en una nueva ocasión? ¿Cómo formularía la cuestión en relación a las premisas?

Este modelo de ciclo de reflexión nos permite organizar nuestra acción de ayuda en la reflexión de los estudiantes de nuestro curso. En la fase de descripción nos detenemos en la necesidad de que describan las condiciones de la cuestión profesional, que delimiten su alcance, que organicen de manera sistemática la información que manejan, en definitiva, que se habitúen a considerar que para afrontar una cuestión necesitan aclarar las condiciones en que surge. Posteriormente, en la fase de información tratamos de que se expliciten las creencias y concepciones que subyacen a las premisas y a la misma cuestión planteada, estudiando si sus formas de concebirlo son únicas y están basadas en experiencias suficientemente fundamentadas. Una vez

explicitadas las premisas de la cuestión se puede afrontar otras soluciones y visiones de la cuestión para estudiar si los aportes solucionan, si parten de premisas similares o en conflicto, y se comience a estudiar cómo se puede afrontar el posible conflicto. Por último la fase de reformulación es una recapitulación de lo realizado, que generalmente pone de manifiesto el punto de partida de un nuevo ciclo de reflexión.

Nuestra intención es que se produzca al menos un ciclo de reflexión en las interacciones con los estudiantes, partiendo siempre de la detección de un problema profesional surgido en el transcurso de la práctica (Flores, 1998a, 2000), y suponiendo las diferentes fases un esfuerzo de explicitación del problema, así como de reflexión de su práctica.

4. Contexto de formación

El proceso formativo que estamos describiendo se desarrolla en la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas (Flores, 1998a y 2000), asignatura obligatoria del 5º curso de la Licenciatura de Matemáticas, especialidad de Metodología. Dicha asignatura se imparte en la Facultad de Ciencias durante dos horas semanales, salvo el mes de enero, en el que los estudiantes asisten en horario completo a los centros de Secundaria, siguiendo el horario de trabajo de un profesor de Secundaria. La finalidad de esta asignatura (Flores, 1998a) es que los estudiantes desarrollen destrezas profesionales (de análisis de procesos de enseñanza-aprendizaje y de diseño de clases), y generar una actitud reflexiva sobre la tarea educativa y profesional del profesor de Matemáticas, el significado de la enseñanza y el aprendizaje, y el contenido matemático de la Enseñanza Secundaria y el Bachillerato. El esquema de la asignatura aparece en el cuadro de la figura 1.

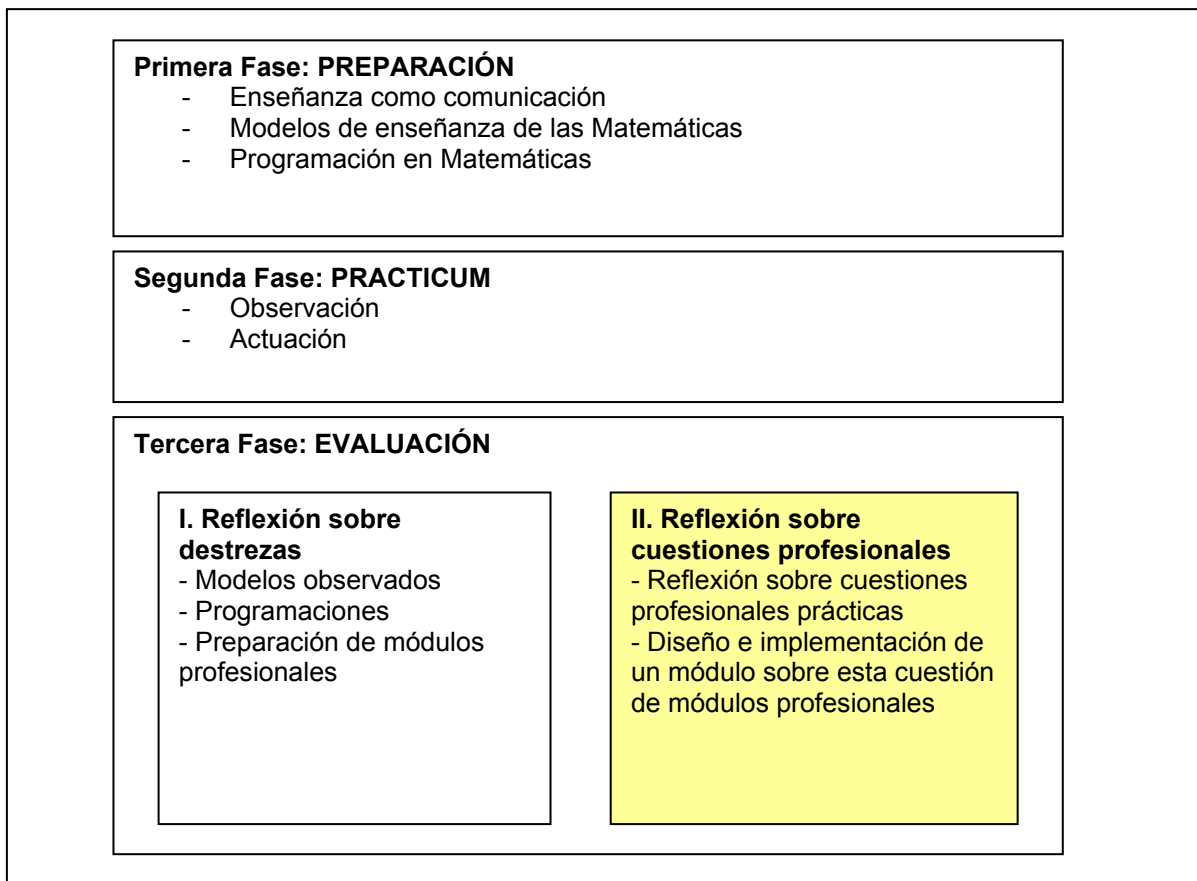


Figura 1: Estructura de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas

Con posterioridad a la realización del prácticum en los centros de enseñanza, la tercera parte de la asignatura se centra en generar un proceso de reflexión sobre una cuestión profesional relativa a la tarea del profesor de matemáticas, que les haya surgido con motivo de su experiencia en las prácticas. Dado que están en una asignatura taller de formación práctica, la experiencia de reflexión tienen que convertirla en una lección (experiencia de microenseñanza) que impartirán a sus compañeros sobre la cuestión profesional seleccionada. Con ello se pretende que los estudiantes se impliquen en un proceso de formación basado en detectar, analizar, compartir y afrontar, un problema de enseñanza de las matemáticas significativo para ellos, que pongan en juego destrezas comunicativas en la experiencia de microenseñanza, que entren en contacto con las fuentes de comunicación y reflexión que existen para los profesores de Matemáticas y

que ejerciten destrezas de preparación cooperativa con sus compañeros y con el profesor.

Para llevar a cabo este proceso se han previsto dos reuniones de trabajo con el profesor, la primera (**Seminario 1**) para definir la cuestión que se va a tratar, y la segunda (**Seminario 2**) para confrontar el guión de clase que van a impartir. Posteriormente los estudiantes impartirán la **Clase** a sus compañeros y finalmente realizarán un **Trabajo Memoria** de la experiencia realizada (Figura 2).

5. Reflexión sobre traducción a lenguaje algebraico

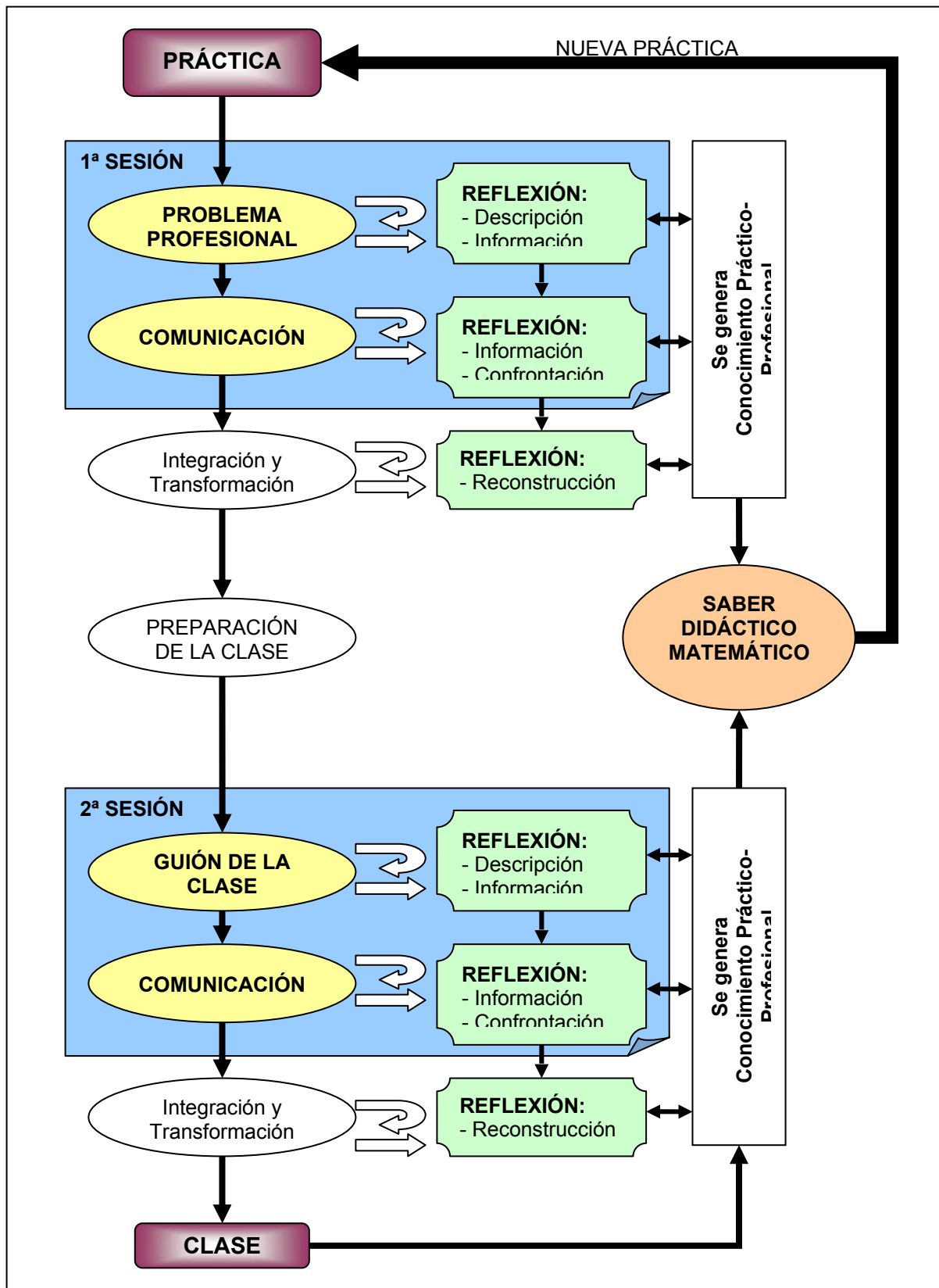
Con objeto de clarificar el proceso seguido, vamos a describir la situación de formación que hemos llevado a cabo con uno de los grupos de 5 alumnos de la asignatura, del curso 2001-2002. Vamos a exponer el proceso atendiendo a las etapas desarrolladas.

Primer Seminario

Los estudiantes llegan al seminario con deseos de afrontar una cuestión referente a la evaluación o a la traducción a ecuaciones de problemas escolares que generalmente se hacen en álgebra de secundaria. Están impresionados negativamente por no haber sido capaces de resolver el problema clásico de las edades de las tres hijas¹, y unen esta situación con la dificultad que han encontrado de que los alumnos expresen en ecuación el enunciado de un problema.

¹ *Un señor se encuentra con un amigo que se interesa por su vida. Le responde: “me casé y tengo tres hijas”. “¿Qué edades tienen?”*, le pregunta el amigo. *“El producto de las edades es 36 y su suma es el número de esta casa”*. *“¡Me falta un dato!”*, le dice el amigo. *“¡Ah, la mayor toca el piano!”*. *¿Qué edades tienen las hijas?*

Figura 2: Esquema del proceso formativo descrito



Después de la presentación, en la fase de **Descripción** se les pide que escriban las cuestiones que pretenden estudiar en el módulo y que describan situaciones que han vivido en las que ha aparecido la cuestión. Mientras los estudiantes escriben, el formador anota en un papel particular aspectos que pueden emplearse en la reflexión sobre la cuestión general (aún no se ha formulado la particular) sugerida. En este caso se anotaron aspectos referentes al papel del álgebra en la enseñanza (contenido a enseñar, medio para resolver problemas o para generalizar razonamientos, etc.), el papel de las letras en el álgebra (Freudenthal, 1994), diferencias entre lenguaje cotidiano y lenguaje algebraico (Pimm, 1990), caracterización del álgebra (Rojano, 1996), formas de resolución de un problema algebraico escolar (Fernández, 1997), dificultades de traducción (Socas, 1989), siguiendo las reflexiones realizadas en Flores y Fernández (2001). Posteriormente se ponen en común las cuestiones y situaciones, copiándose en la pizarra. Dos de los estudiantes plantean problemas concretos sobre dificultades de traducción que han encontrado los alumnos durante las prácticas, otros dos señalan la traducción como un problema general y el quinto se basa en su dificultad para resolver el problema de las dos hermanas para enunciar la cuestión. Una vez copiadas todas se pide que analicen si todos abordan la misma cuestión o que seleccionen la más interesante de tratar, hasta acabar concretándola en una pregunta en la que aparezca claramente el sujeto afectado, la acción que le afecta y el contexto que interesa.

Las cuestiones planteadas por los estudiantes son variadas. Si bien en la descripción de las situaciones muestran otras, las que dictan para copiar en la pizarra se pueden clasificar en dos tipos. Las primeras tienen como *sujeto* al **profesor** y demandan estrategias para enseñar la traducción, aunque una de ellas se interesa por los hábitos de los profesores (*por qué se dedica más tiempo a ejercicios –resolver ecuaciones- que a interpretar problemas*). La otra tiene como *sujeto* al **alumno**, y se preguntan por

posibles dificultades que tiene el alumno al traducir, preguntan razones o aventuran respuestas. Sólo una de ellas parece achacar las dificultades a los hábitos de los alumnos. Trasversalmente con estas cuestiones, las situaciones de los estudiantes muestran preocupación por la relación entre las características del lenguaje cotidiano y el algebraico como causa de las dificultades que se presentan al alumno. De esta consideración aparecen algunas reflexiones didácticas sobre el orden de presentación en clase, el significado que atribuyen los alumnos a los polinomios, y sí hay un método general que pueda ayudarles a enseñar a traducir.

El debate sobre estas cuestiones permite formular la cuestión de trabajo, que se concreta en el alumno, como sujeto de la cuestión, la traducción como acción, de la que se interesan por las dificultades que encuentra, y el lenguaje algebraico y la enseñanza del álgebra como contexto: *¿Por qué los alumnos tienen dificultades para traducir un enunciado al lenguaje algebraico?*

La fase de **Información** se inicia pidiendo a los estudiantes que describan los términos de las cuestiones y de los ejemplos, con la intención de que esto suponga una clarificación de la pregunta y del posicionamiento de los estudiantes. Mientras tanto el profesor va **escribiendo** en la **pizarra** las **creencias** que subyacen a las explicaciones, en forma de frase afirmativa. En esta exposición de significado, hemos copiado en la pizarra las afirmaciones que aparecen en la figura 3:

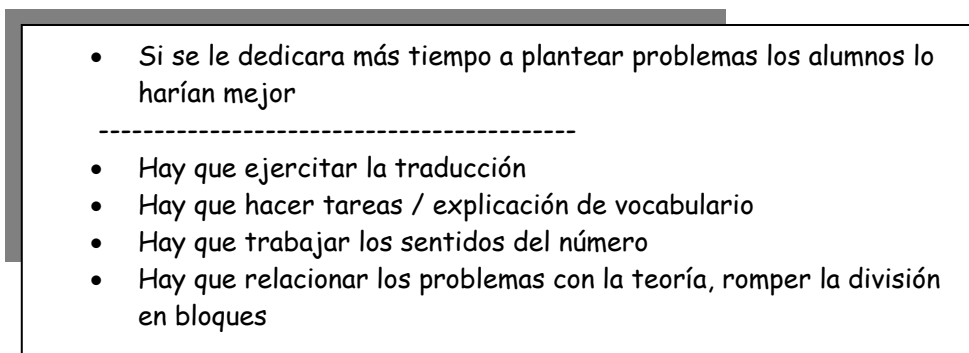
- 
- Si se le dedicara más tiempo a plantear problemas los alumnos lo harían mejor
 -
 - Hay que ejercitar la traducción
 - Hay que hacer tareas / explicación de vocabulario
 - Hay que trabajar los sentidos del número
 - Hay que relacionar los problemas con la teoría, romper la división en bloques

Figura 3: Creencias explícitas que se escriben en la pizarra

Posteriormente se pide a los estudiantes que analicen las afirmaciones anotadas, las comenten y se reafirmen o las nieguen. Los estudiantes se reafirman y en el curso de este proceso aparecen otras **creencias implícitas**, como las siguientes:

- *Hay una correspondencia entre lenguaje algebraico y lenguaje cotidiano*
- *Aprender álgebra es traducir y resolver problemas*
- *Se aprende a traducir haciendo muchos ejercicios de todas las clases posibles.*
- *El lenguaje cotidiano es poco preciso y debe precisarse en clase*

Estas creencias explícitas y las implícitas nos hacen pensar que la intención de la fase de **Confrontación** debe ser revisar papel que se le asigna al álgebra en el currículo de matemáticas de secundaria (Ferrini-Mundy 2001, MEC 1989). En estos documentos se contempla el álgebra como una herramienta para resolver problemas, más que como un fin en sí misma.

Los estudiantes suelen esperar técnicas para conseguir que sus alumnos resuelvan correctamente los problemas tradicionales que aparecen en los textos de matemáticas de secundaria, interpretándose que esta traducción adecuada supone un aprendizaje del álgebra. Confrontarlos con la idea del álgebra como medio resulta complicado. Para hacerlo recurrimos a dos tareas escolares, pero con consignas diferentes. La primera parte de un problema escolar clásico (El caballo y el mulo², Perelman, 1968), pero les pide a los estudiantes que lo resuelvan sin recurrir al álgebra. Con ello se pretende que los estudiantes perciban que el razonamiento no algebraico requiere un proceso complejo de pensamiento, que habitualmente ellos mecanizan. Esta reflexión se refuerza cuando se les demanda que justifiquen si las respuestas encontradas (por tanteo, preferentemente) son correctas, lo que les muestra que la

² *Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. Lamentábase el jamelgo de su enojosa carga a lo que el mulo le dijo: “¿De qué te quejas? Si yo tomara un saco mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si te doy un saco, tu carga igualaría la mía.* (Perelman, 1968, p. 198)

validez de los problemas suelen ampararla en la satisfacción de la ecuación más que en la de las condiciones del problema. El álgebra es herramienta potente, pero tiende a la mecanización del razonamiento.

La segunda tarea es un clásico problema trabalenguas que aparece en los libros de secundaria, y se refiere a edades³. Se les pide que lo resuelvan por el método que quieran, con la intención de que perciban la dificultad de resolver problema incluso por métodos algebraicos, y que intenten describir algunas de las dificultades que encuentran en la traducción. Los estudiantes no llegan a resolver en el tiempo que se les deja, y pasamos a analizar las dificultades que están encontrando, indicando que les está liando el juego de palabras y el que se produzca una variación simultánea de las dos incógnitas. Contemplando sus anotaciones observo que uno de ellos emplea un cuadro de doble entrada, y le pregunto la razón. Contesta que ha visto esa herramienta en algún libro, y manifiesta que se encuentra falto de herramientas de este tipo para afrontar su tarea. Esta reflexión nos permite debatir sobre si será posible ejercitar sobre todos los tipos de problemas de traducción que existen para conseguir que los alumnos aprendan problemas tipo y con ello resuelvan sus dificultades.

Preguntamos si hubieran podido elegir como incógnita la diferencia de edades, y en ese momento sienten que su ejercitación en álgebra les ha sido un obstáculo que impide utilizar otras variables o estrategias. Se debate entonces sobre necesidades formativas, y se pone en tela de juicio la ejercitación como forma de aprendizaje, especialmente en situaciones tan abiertas como las relativas a problemas algebraicos. En varios momentos ellos apelan al desconcierto que han sentido frente al problema de las edades de las tres hermanas, que aunque no es algebraico, reconocen que intentaron resolver por medio del álgebra. La confrontación lleva pues a mostrar la variedad de

³ *Yo tengo el doble de la edad que usted tenía cuando yo tenía la edad que usted tiene ahora, cuando usted tenga la edad que yo tengo, nuestras edades sumarán... Qué edad tenemos.*

problemas llamados algebraicos y la dificultad de afrontar su enseñanza por medio de ejercitación sobre problemas tipo. Se debate sobre el papel del álgebra, y se hace algún aporte sobre su función mediadora para resolver problemas, más que como fin. Finalmente les sugiero que se ocupen de estudiar en la historia del álgebra el papel que se le ha dado a la “*letra*” como otra dimensión que puede explicarles las dificultades encontradas.

La fase de **Reformulación** sólo se esboza, pidiéndole a los estudiantes que describan qué esperan encontrar en las lecturas profesionales didácticas que van a hacer para preparar la clase que tienen que impartir a sus compañeros. Los estudiantes esperan encontrar herramientas específicas para la resolución de problemas y la enseñanza del álgebra, descripción de errores de traducción y tipologías de problemas algebraicos. Aunque advierten que no esperan respuestas concretas, ya que han identificado que las dificultades de traducción no son sólo debidas a problemas léxicos de los alumnos, sino que hay factores ligados a la variedad de problemas y las dificultades de relacionarse con el lenguaje cotidiano. Posteriormente se pasa a la biblioteca del Departamento para seleccionar textos relacionados con la cuestión planteada. La búsqueda en la base de datos de la biblioteca del Departamento introduciendo las palabras álgebra y traducción permite extraer algunos textos, que los estudiantes revisan hasta llevarse tres, dos textos didácticos sobre la enseñanza del álgebra: Azarquiel (1991) y Socas (1989) y un texto escolar, Gascón y otros (1987).

Segundo Seminario

Los estudiantes vienen al segundo seminario con un guión de clase elaborado. En el curso del seminario se muestra que han seleccionado varias causas posibles de las dificultades de traducción que encuentran los alumnos, y pretenden compartirlas con sus

compañeros. Para ello han seleccionado problemas escolares de traducción, encontrados en diversos libros de texto. Han leído lo que dice el currículo de matemáticas de la Enseñanza Secundaria de Andalucía (1992) sobre la enseñanza del álgebra y han resumido algunas aportaciones teóricas sobre la traducción y sus dificultades, encontradas en los libros profesionales.

En la introducción del seminario se les recuerda que la clase que deben impartir a sus compañeros se compone de varias partes. En primer lugar deben plantear la cuestión seleccionada, posteriormente tienen que hacer que sus compañeros resuelvan tareas prácticas relacionadas con la cuestión, para profundizar en su estudio, que completarán con una puesta en común en la que se harán los aportes teóricos necesarios para que se avance en el estudio de la cuestión, y finalmente deben resumir lo estudiado en unas conclusiones.

La fase de Descripción del ciclo previsto en este seminario consiste en la descripción de la clase, y, si es posible, de las finalidades que se han planteado alcanzar en ella. Los estudiantes de este grupo han reformulado la cuestión, que ahora es:

¿Qué causas dificultan la traducción del enunciado de un problema al lenguaje algebraico?

Los estudiantes han llegado incluso a formular el objetivo de su clase que es:

Demostrar que hay dificultades al traducir enunciados de problemas.

En la fase de **Información** se va a tratar de clarificar la finalidad, de manera que se expliciten las conductas que se espera que alcancen sus compañeros. Como se observa, el objetivo de la clase se ha formulado en términos de intenciones del profesor, sin aclarar lo que se pretende que sus alumnos consigan al finalizar su enseñanza. El formador les pide que expliquen este objetivo, y surgen dos ideas superpuestas. Por una parte se observa en los estudiantes cierta disposición a que sus compañeros reciban y

compartan las seis causas de dificultad que ellos han consensuado entre sí como referentes teóricos que constituyen el contenido de su clase. Pero por otra parte, y sin estar clara la posición respecto a la anterior, los estudiantes se muestran dispuestos a promover en sus compañeros una ruptura de la concepción que consideran extendida, de que los errores que tienen los alumnos de secundaria en la traducción se deben a deficiencias de estudio o de conocimiento, pues ellos mismos, que se consideran conocedores del álgebra elemental y supuestamente capaces de resolver problemas, tienen dificultades para resolver algunos problemas, sin encontrar siempre razones que les convenzan de sus deficiencias.

Esta fase es amplia, y finalmente se llega a formular el fin de la clase de una manera más operativa, reuniendo las dos intenciones que se han ido manejando de manera que se formule en términos de lo que se espera lograr: *Que sus compañeros:*

- Identifiquen causas de las dificultades que tienen los alumnos al traducir problemas al lenguaje algebraico (especialmente las manejadas por ellos)

- Tengan disposición a analizar las causas de los errores de traducción de sus alumnos, percibiendo razones que las justifican para no identificarlas con falta de conocimiento.

Como se observa, se pretende lograr que sus compañeros adquieran un conocimiento conceptual profesional (causas de dificultades de traducción), pero también se trata de promover una actitud de sus compañeros hacia los errores y en general hacia los problemas algebraicos.

La fase de **Confrontación** de este seminario tiene por finalidad revisar la coherencia de la clase, analizando cada una de las tareas propuestas en el transcurso de la misma. Comienza compartiendo el criterio de validación de las tareas que se va a utilizar en el debate, que es lo que hemos llamado coherencia. Se explicita que la

coherencia de las tareas debe ser doble: interna, es decir, de las tareas entre sí, y externa, es decir, de las tareas con la finalidad prevista.

Para la *introducción de la clase* se les ha pedido a los estudiantes que expongan la cuestión y que la justifiquen y ejemplifiquen, empleando para ello situaciones que les han llevado a seleccionarla y elementos que den realce a la cuestión, especialmente viñetas humorísticas (Flores, 1997, Guitart y Flores, en prensa). Las viñetas que han seleccionado los estudiantes son las que se relacionan mas directamente con las *causas* que van a transmitir a sus compañeros, pero no ayudan a situar la cuestión. Parece que los estudiantes han planteado su clase basándose en un modelo que comporta: introducción, teoría, ejercicios, conclusiones. Con la confrontación se va a dotar de sentido a este modelo, hasta que cada apartado de la clase se oriente hacia el fin previsto y además todos los apartados tengan una justificación en un plan general. En las sugerencias sobre la introducción se les insiste en estos criterios de racionalidad de la acción docente, con un estilo impresionista (Glaesser, 196), en el que se les recuerda la metáfora del profesor actor para un fin. Se ve reforzada esta metáfora cuando los estudiantes exponen la descripción de los aportes teóricos que han pensado incluir, y que ellos mismos declaran no estar seguros de cómo hacerlos. El formador les enuncia entonces de manera sintética los términos de su razonamiento, lo que va a tener un peso mayor de lo previsto en la clase de los estudiantes. Finalmente se estudian una a una las tareas que han previsto en su clase, lo que da lugar a una nueva confrontación sobre la cuestión profesional seleccionada. Por ejemplo, se vuelve a analizar la relación entre el lenguaje algebraico y el lenguaje cotidiano (los estudiantes lo llaman “verbal”). En el transcurso de este debate se pone de manifiesto que los estudiantes han comenzado por definir las *causas* de las dificultades de traducción por medio de lluvia de ideas, basadas en sus experiencias, y luego buscaron en los textos didácticos reafirmación de ellas.

Los estudiantes son muy propensos a captar las ideas que se les están sugiriendo, y llegan a aplicarlas de manera literal. Los criterios de validación de la clase los tienen presentes continuamente, y su minuciosidad les lleva a debatirlos y tratar de resolverlos. Vuelven a estos criterios para seleccionar y estudiar la función de los aportes teóricos que van a presentar y parece llegarse a un acuerdo final.

La Clase

La clase sorprende por la escenografía con la que la introducen. Un estudiante disfrazado (con chaqueta llamativa, pajarita de papel grande), de manera que se perciba su condición diferente al resto, entra solemnemente en el aula, una vez están todos sus compañeros sentados. Introduce la situación y pide que les expongan problemas que pueden ser abordados. Uno de sus compañeros de grupo le plantea la cuestión que ellos han seleccionado, en los términos ya descritos, y continúan la representación dándole verosimilitud a la cuestión por medio de los ejemplos (*¿Me puedes explicar la cuestión? Si, en prácticas yo*).

Posteriormente se escenifica de manera completa el argumento siguiente:

Estudiante 1. Los alumnos tienen dificultades para traducir al lenguaje algebraico. Lo he constatado en las prácticas.

Estudiante 2. Pues no tratemos la traducción al lenguaje algebraico en matemáticas de secundaria.

Estudiante 3 (Se identifica como inspector de educación): El currículo de matemáticas dice que hay que trabajar la traducción en clase.

Estudiante disfrazado de profesor: Tenemos que enseñar la traducción. Y como los alumnos tienen dificultades, como profesores tenemos que estudiar estas dificultades.

¿Qué causas dificultan la traducción del enunciado de un problema al lenguaje algebraico?

Con esta escena han presentado la cuestión, han justificado su importancia y han descrito lo que el currículo de matemáticas dice sobre la enseñanza del álgebra. Y lo han hecho con un alto grado de verosimilitud, justificando el interés que tiene para el profesor, mediante una pregunta abierta que en principio no presupone que sus compañeros tengan que adivinar la respuesta que ellos han pensado. El proceso de introducción es meramente expositivo, explotando la metáfora del profesor actor a la del alumno espectador.

A continuación plantean cinco tareas que tienen que resolver sus compañeros, cada una con dos partes. Primero tienen que resolver un problema escolar y luego tienen que estudiar las dificultades mas frecuentes que puede tener el alumno cuando las resuelva en la enseñanza secundaria. Estas tareas están unidas a alguna de las seis causas de dificultad de traducción que ellos han seleccionado. En el cuadro siguiente aparecen las tareas y las causas que van a tratar.

	Tarea	Causa de dificultad de traducción asociada
1	<p>A.1. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:</p> <p>a) <i>Dos números pares consecutivos cualesquiera.</i></p> <p>b) <i>El exceso de un número cualquiera sobre otro número cualquiera.</i></p> <p>c) <i>La mitad del exceso del cuadrado del triple de un número sobre el doble del cubo de otro número.</i></p> <p>A.2. Traduce al lenguaje escrito algunas expresiones algebraicas dadas</p> <p>B. Estudiar la dificultad que tienen los alumnos al resolver estas tareas</p>	<p>1. Problemas de base en la iniciación al álgebra, que hacen que aunque conozcan el significado de los términos, no saben el sentido matemático (<i>cualquiera, exceso</i>). Problema de fondo es la generalización de cualquier valor numérico a una variable</p> <p>Limitación del conocimiento de vocabulario matemático.</p> <p>2. Que los alumnos no conozcan los términos. Esto puede ser debido a una falta de lectura por parte de los estudiantes.</p>
2	<p>A. Resolver el problema: Hermosa niña de ojos radiantes, dime, si tú has comprendido el método de inversión. ¿Cuál es el número que multiplicado por 3, agregándole las $\frac{3}{4}$ partes del producto, dividiendo por 7 y disminuyendo en $\frac{1}{3}$ el cociente multiplicado por sí mismo, disminuyendo 52, extrayendo la raíz cuadrada, sumándole 8 y dividiéndole por 10, da el número 2? (BHASKARA, SIGLO XIII)</p> <p>B. Estudiar la dificultad que tienen los alumnos al resolver estas tareas</p>	<p>3. Complejidad del propio enunciado.</p> <p>No basta con manejar un vocabulario matemático adecuado, además es necesario disponer de un léxico más rico y extenso para llegar a una correcta resolución</p>

3	<p>A. Resolver el problema: Martínez Ares le dice a Juan Carlos Aragón: Yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tienes ahora. Cuando tengas la edad que tengo ahora, la suma de las edades será 63. ¿Qué edad tienen?</p> <p>B. Estudiar la dificultad que tienen los alumnos al resolver estas tareas</p>	4. Falta de conocimiento de otras herramientas o estrategias. El ejercicio de unas estrategias nos impide abordar los problemas de diversas formas.
4	<p>B. Estudiar la dificultad que tiene un alumno que traduce el siguiente problema como sigue: Un padre tiene 40 años y su hijo tiene 4 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será 7 veces la edad del hijo? $7(40 + x) = 4 + x$</p>	5. Tendencia a escribir los símbolos de la expresión algebraica en el mismo orden en el que aparecen en el lenguaje natural.
5	<p>A. Resolver los problemas siguientes: Imagina que eres taxista. El taxi tiene siete años, al mes de adquirirlo se le añadió el aire acondicionado, el motor necesita un arreglo, al depósito le caben 50 litros. En 1998 el equipo estéreo se rompió. Con estos mínimos datos, ¿serías capaz de decirnos la edad del taxista?</p> <p>Espadas le dice a Salvabolas: E: Tengo 3 hijos cuyas edades has de descubrir con los datos que te vaya dando. La suma de sus edades es 13. El producto de sus edades es la edad que tú tienes. S: Todavía no caigo. A: ¡Ah! ¡Perdona! El mayor pesa 36 kgs. S: ¡Ya lo sé!</p> <p>B. Estudiar la dificultad que tienen los alumnos al resolver estas tareas</p>	6. No prestar atención a las datos claves. No saben identificar los datos y palabras claves. No se ha leído correctamente el problema.

En el desarrollo de la clase, los estudiantes presentan las tareas, tratando de darles verosimilitud, pero sin mucho éxito, y plantean unas tareas mixtas, matemáticas / didácticas, de grado medio de dificultad, pertinentes para el argumento que quieren desarrollar, conectas con la realidad escolar y profesional, que sus compañeros pueden realizar, y en todas ellas parece prevalecer la intención de crear dudas en ellos. Los compañeros tienen que actuar y en efecto lo hacen.

La puesta en común sobre las respuestas dadas por sus compañeros se realiza saliendo a exponer un representante de un grupo a cada tarea. Expone brevemente la resolución y se pasan a debatir más extensamente las propuestas referentes al apartado B de cada tarea, es decir, las causas que provocarán que los alumnos tengan dificultad de traducción. Los estudiantes que dirigen la clase animan a los demás grupos a completar las apreciaciones que ha hecho los que las presentan en el retroproyector. En general los estudiantes que coordinan esta puesta en común admiten todas las ideas, mediante argumentaciones de carácter intuitivo. Los estudiantes muestran cierta

capacidad de síntesis para organizar las aportaciones de sus compañeros y resumen en algunas breves frases que aparecen en el cuadro siguiente.

Tarea	Aportaciones de los compañeros. Causas de la dificultad de traducción:
1	(No hay)
2	<ul style="list-style-type: none"> - No se conocen sujeto y verbo - Ambigüedad de los términos - Abuso del lenguaje
3	<ul style="list-style-type: none"> - Mecanismo con las variables - Tiempos verbales
4	<ul style="list-style-type: none"> - Asocian lo que van leyendo
5	(No hay)

Finalmente los estudiantes exponen las conclusiones del proceso de análisis llevado a cabo en la clase, estableciendo de palabra una relación entre las tareas propuestas y las causas que ellos habían preparado, mediante una transparencia con siete puntos. En una transparencia aparte recogen aquellas nuevas causas que han aportados sus compañeros, con el orden en que han sido presentadas. Adornan una de ellas con una viñeta, en la que se aprecia el doble sentido del término parábola (matemático y retórico-bíblico).

Al finalizar la clase tenemos una breve reunión valorativa de su trabajo, en la que les transmití mi opinión favorable sobre la forma en que habían introducido el tema, por el énfasis que habían generado en el argumento justificativo de la importancia de la cuestión seleccionada, sobre su implicación con la cuestión seleccionada y con el papel de profesores directores de la clase. Igualmente valoré positivamente la coherencia de las tareas respecto al objetivo planteado y las estrategias de comunicación desarrolladas, especialmente en su actitud abierta ante las aportaciones y su capacidad de síntesis de las mismas. Ellos estaban satisfechos con la actividad, aunque lamentaban no haber tenido más tiempo para desarrollar algunas aportaciones teóricas que habían encontrado en su estudio.

El Trabajo Memoria.

El trabajo memoria de la actividad que presentan los estudiantes de este grupo parece el guión de lo que sería su intervención en clase, con algunos añadidos referentes las aportaciones realizadas por sus compañeros. El texto se inicia con una introducción en la que justifican la relevancia de la cuestión seleccionada por la importancia del lenguaje matemático y la dificultad que tienen los alumnos para traducir del lenguaje cotidiano al matemático, lo que les permite enunciar la cuestión y el objetivo que tienen con el trabajo. Posteriormente aparecen las aportaciones teóricas, que comienzan con la descripción de cómo se concibe el álgebra en el currículo de matemáticas de la Secundaria en Andalucía, y presentan algunos estudios sobre el tema seleccionado. Estos estudios, extraídos de un artículo encontrado en internet, pero de difícil localización, (Descripción de un taller: Matemática, Lenguaje y Literatura Para Niños, Jiménez Carrillo, M.A.), comienzan aludiendo a la resolución de problemas, posteriormente se ocupan de los problemas de álgebra y finalmente describen algunos trabajos realizados en este campo. Posteriormente aparecen las causas de la dificultad de traducción, ya presentadas, con las tareas que han sido realizadas en clase para destacar y ejemplificar cada una de ellas, y finalmente se extraen unas conclusiones generales sobre posibles formas de resolver la cuestión (la enseñanza del lenguaje, conocer herramientas específicas), dado que consideran que hay una dificultad intrínseca en la traducción. Analizan esta dificultad por medio de las causas que ellos han seleccionado, y describen las aportaciones que les han hecho sus compañeros y como se introducen en las suyas. Terminan justificando el interés de este análisis ya que el profesor debe buscar razones de las dificultades que tienen los alumnos de aprender o resolver problemas.

En la bibliografía que confiesan haber empleado aparecen los tres textos citados antes (Azarquiel, 1991; Gascón y otros; Socas, 1989), junto con el libro del que se extrajeron algunos problemas (Perelman, 1978) y las direcciones de internet consultadas, de la que se han extraído otros problemas (www.vianetworks.es/personal/ieslacabrera).

Conclusiones

Si entendemos que la reflexión es un proceso de indagación sistemática, tomando distancia del proceso y yendo de lo confuso a lo mejor organizado, podemos aclarar algunos de los procesos de reflexión que se han llevado a cabo en todo este módulo formativo. Los estudiantes llegaron con una cuestión que se basaba en una constatación de que la evidencia empírica en las prácticas les decía que los alumnos tenían dificultades para traducir, y comenzaron a relacionarse con el conocimiento didáctico en la forma en que era la esperada para ellos, la intuición a partir de su experiencia. Esto nos hace considerar que estos estudiantes tenían una disposición a descentrar la autoridad respecto al conocimiento didáctico, pero supuestamente bajo la creencia de que este conocimiento se genera con la experiencia. Con esta consideración parecen situarse en una perspectiva relativista, según la caracterización de Perry (1970), que les genera una serie de razones de dificultades que no están del todo unidas (creencias relacionadas de manera superficial, según la clasificación de Green, 1971). Con este punto de partida, su clase deberá ser una descripción explicativa de estas causas, para lo que tienen que buscar tareas que las reafirmen. Entre ellos hay previamente al primer seminario una cierta confrontación y primeros puntos de acuerdo, pero eso no les hace adoptar una posición rígida respecto a las aportaciones que no han contemplado. Desde esta percepción del conocimiento didáctico, la cuestión profesional

(dificultades de traducción) no la descargan directamente en el alumno (lo que estaría mal visto, según han apreciado en la relación que ellos tienen con el formador), ya que además ellos mismos han encontrado dificultades para resolver un problema. Por tanto están en condiciones de pasar la culpa de los errores a la enseñanza, lo que les lleva a demandar mas ejercitación y debatir sobre las posibilidades de barrer el máximo de circunstancias que encierra la traducción (precisar lenguaje cotidiano, manejar un amplio vocabulario matemático, etc.). Sus propias dificultades en la traducción les llevan a estar mas propensos a dirigir su atención a las dificultades de traducción como algo intrínseco, y en ese caso, el conocimiento didáctico puede constituir un repertorio de herramientas para superar dificultades de enseñanza.

Su modelo de lo que es dar una clase está muy afianzado, se basa en exponer un contenido el profesor al alumno, de la manera más clara posible, empleando para ello recursos comunicativos variados. Desde esta creencia, la clarificación de las finalidades de la clase se convierte en un paso de la intención difusa a la intención concreta, lo que les permite poner en marcha un proceso impactante de representación de un argumento bien asumido. Su permeabilidad respecto a los argumentos críticos y simplificadores sobre la clase es notable, lo que les lleva a un guión de actuación bien definido, sin miedo a la actuación de sus compañeros, y que adoptan responsablemente.

Todo este esfuerzo de clarificación y revisión de su concepto de las razones de los errores de los alumnos se ve truncado por la falta de una reflexión clarificadora y consciente final que hubiera cerrado el proceso. El trabajo memoria, cuya realización coincide con el final de curso en el que están inmersos en exámenes finales, lo solventan de manera rutinaria, aprovechando el material preparado, pero sin hacer un esfuerzo de reconstrucción que hubiera supuesto el distanciamiento consciente de la cuestión profesional y de su forma de concebir la enseñanza.

En conclusión, el proceso ha llevado a los estudiantes a reorganizar algunas creencias y concepciones didácticas y matemáticas, y a buscar nuevas estrategias para la enseñanza. Parece que el proceso de reflexión ha sido menos útil como estrategia de autoformación, ya que el grado de conciencia con el que se ha llevado a cabo ha quedado oculto por su gran cantidad de ocupaciones. En la evolución de este proceso formativo tenemos que afrontar esta deficiencia y buscar la forma de ayudar en el proceso metacognitivo de nuestros estudiantes.

Por último resaltemos que el módulo formativo está siendo también objeto de reflexión investigadora (Peñas, 2002), lo que nos ha permitido ir redefiniendo el papel de cada período, el contenido y las tareas de cada seminario, y este proceso reflexivo nos ha permitido evolucionar en nuestra forma de concebir el desarrollo profesional del profesor de matemáticas de secundaria. Esperamos que este artículo de idea de este proceso de formación como un intento de acercarnos a la formación de profesores desde la concepción de ésta como una ayuda al desenvolvimiento profesional, y como tal intento sujeto a revisión sistemática continua.

Referencias Bibliográficas

Carr, W. Y Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona: Martínez Roca.

Contreras, J. (1997). *La autonomía del profesorado*. Madrid, Morata.

Cooney, T. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics* **38**, 163-187.

Cooney, T. (2001). Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development. En Lin, F.L. y Cooney, T.J. (Eds.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. (9-31). Dordrecht, Kluwer.

- Cooney, T.J., Shealy, B.E y Arvold, B.(1998). Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education* Vol. 29, No. 3, 306-333.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos*. Barcelona: Piados.
- Elliot, T.S. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid, Morata.
- Fernández, F. (1997): *Evaluación de competencias en Álgebra elemental a través de problemas verbales*. Tesis Doctoral. Granada: Departamento Didáctica Matemática. Universidad de Granada.
- Ferrini-Mundy, J. y Martín, W.G. (Eds.) (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, NCTM.
- Flores, P. (1997). La utilización del humor para facilitar la comunicación entre educadores matemáticos. *Educación Matemática*, Vol 9, nº 3, pp. 52-63.
- Flores, P. (1998). Formación inicial de profesores de Matemáticas como profesionales reflexivos. *UNO* 17, pp. 37-48.
- Flores, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada, Comares.
- Flores, P. (2000). Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza. *EMA* Vol. 5, nº 2, pp. 113-138.
- Flores, P., Fernández, F. (2001). Reflexiones sobre un problema profesional relacionado con la enseñanza del álgebra. Perales, F.J. y otros (Eds.). *Congreso nacional de didácticas específicas*. (1787-1800). Granada, GEU.
- Freudenthal, H. (1994). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. México, Departamento de Matemática Educativa del CIVESTAV-IPN.
- Gascón, J. y Lamarca, J.M. (1987). *Matemáticas: Una renovación matemática. Álgebra*. Barcelona, Editorial PPU.

- Glaeser, G. (1978). La transmisión de los movimientos matemáticos ayer, hoy y mañana. En Piaget y otros, *La enseñanza de las matemáticas modernas*, (208-218). Madrid, Alianza.
- Green, T. (1971). *The Activities of Teaching*. New York: McGraw-Hill.
- Grupo Azarquiel (1991). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid, Síntesis.
- Guitart, M. y Flores, P. (En prensa). Humor gráfico para el aprendizaje del azar. *SUMA*.
- Hergreaves, A. (1996). *Profesorado, cultura y postmodernidad*. Madrid, Morata.
- Junta de Andalucía (1992). *Decreto 106/1992, de 9 de junio por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la ESO en Andalucía*. BOJA nº 56, 20/06/1992.
- Liston, D.P. y Zeichner, K.M. (1997). *Formación del profesorado y condiciones sociales de la escolarización*. Madrid, Morata.
- Lorenzo, J. (1971). *Introducción al estilo matemático*. Madrid, Tecnos.
- Mewborn, D. S. (1999). Reflexive thinking among preservice elementary mathematics teachers. *Journal For Research Mathematics Education*, Vol. 30, nº 3, 316-341.
- MEC. (1989a). *Diseño curricular base. Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Sevilla, SAEM THALES.
- Noddings, N. (1992). Professionalization and mathematics teaching. En Grouws, D.A. (Ed.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York, MacMillan. (pp. 197-208).
- Peñas, M. (En prensa). Los números enteros y la calculadora. Una experiencia de reflexión sobre la práctica. *UNO*.

- Peñas, M. (2002). *Un estudio sobre el proceso de reflexión de estudiantes en la formación inicial de profesores de matemáticas*. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Perelman, Y. (1978). *Matemáticas recreativas*. Moscú, Mir.
- Perry, W. (1970). *Forms of intellectual and Ethical Develepment in the College Years*. New York: Holt, Rinehart and Wilson.
- Pimm, D. (1990) El lenguaje matemático en el aula. Madrid: Editorial Morata.
- Rojano, T. (1996):The Role of Problems and Problem Solving in the Development of Algebra (pp. 55-62). En Bednarz, N., Kieran, C., Lee, L. (Eds.), *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Romberg, T. (1988). Can teachers be professionals?. En D. A. Grows y T. Cooney (Eds.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. (pp. 197-208). New York: MacMillan.
- Schön, D.A. (1992). *Formación de profesionales reflexivos*. Paidós.
- Shulman, L.S. (1986) Those who understand: Knowledge growth in tehaching. *Educational Researcher* 15, 4-14.
- Smyth, J. (1991) Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación* n° 294, 1991, p. 275-300.
- Socas, M. y otros. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid, Síntesis.
- Stenhouse, L. (1991). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid, Morata.
- Van Manen, M. (1977). Linking ways of knowing with ways of being practical. *Curriculum Inquiry*, 6, 3, pp. 205-228.

Von Glasersfeld (1991). Abstraction, re-presentation and reflection: An interpretation of experience and Piaget's approach. In L.P. Steffe (Ed.), *Epistemological foundations of mathematical experience* (pp. 45-67). New York: Springer-Verlag.