

LA FORMACIÓN DIDÁCTICO MATEMÁTICA DEL ORIENTADOR COMO PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Oliveras Contreras, María Luisa
Flores Martínez, Pablo
Cardeñoso Domingo, José María

Introducción

El papel del orientador está tomando auge en el sistema educativo actual. Entre las tareas de orientación que se le encomiendan, se contempla la tutorización de alumnos y el apoyo a los profesores en el diseño y desarrollo de los procesos educativos de las distintas áreas de conocimiento. El orientador va a tener una influencia, aunque sea diferida, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los niveles de la enseñanza obligatoria.

Este artículo recoge el estudio piloto realizado para iniciar la fase empírica de un proyecto de investigación emprendido por un grupo de profesores del área de Didáctica de las Matemáticas que formamos parte del SEIEM. El proyecto gira en torno a la caracterización de la formación didáctico-matemática de los orientadores educativos. Nuestro interés por investigar el desarrollo profesional del profesor de matemáticas, nos ha llevado a ocuparnos de la formación de agentes que van a interactuar con dichos profesores, interviniendo en aspectos que influyen en su tarea docente.

Nos hemos planteado, como principal objetivo de la investigación, estudiar la forma en que el área de Didáctica de la Matemática puede colaborar a la formación de los orientadores educativos.

Para ello hemos previsto diferentes momentos de investigación que se inician con la realización del estudio piloto que describimos en este artículo, y que consiste en la planificación, implementación y posterior análisis de la asignatura *Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, que se imparte en la licenciatura de Psicopedagogía de la Facultad de Ciencias de la Educación, de la Universidad de Granada.

Con objeto de contextualizar el estudio, en este artículo comenzamos por presentar, en el punto 2, el marco teórico que fundamenta el proyecto de investigación. Esta fundamentación tiene dos partes. En la primera caracterizamos nuestra concepción del perfil de orientador. En la segunda describimos nuestra postura dentro de la Didáctica de las Matemáticas.

A continuación, en el punto 3, presentamos la asignatura *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*, su diseño, las condiciones de su desarrollo, y ejemplificamos describiendo algunas tareas concretas realizadas, así como el proceso de evaluación.

Finalmente, en las conclusiones del artículo, presentamos el estado actual de la investigación y sus perspectivas a corto y medio plazo.

En anexos aparecen los documentos elaborados para el diseño y la planificación del trabajo en el aula en dicha asignatura.

2. Fundamentación del proyecto de investigación

2.1. Nuestra concepción sobre el perfil del Orientador educativo

Para concretar la consideración que en nuestro proyecto de investigación hacemos de los orientadores, hemos recurrido a dos fuentes: por un lado la perspectiva oficial o normativa y por otro la de especialistas implicados directamente en el tema que nos ocupa. Estas informaciones nos permiten concluir con nuestra propia visión del campo profesional de la Psicopedagogía, desde una posición psicológica y epistemológica determinada, que explicitaremos a continuación.

Considerando las distintas corrientes existentes sobre aprendizaje y conocimiento, daremos más validez al constructivismo social. Y situados en este enfoque trataremos de definir la intervención psicopedagógica, relativa a matemáticas, dando algunas características de las dos funciones propias del orientador.

Estas dos funciones son:

- A) Asesor de los profesores de Matemáticas; e**
- B) Interventor en los procesos educativos y de aprendizaje.**

Formulamos nuestros **objetivos** en relación con estas funciones, considerándolos como las siguientes capacidades, didácticas-matemáticas y de ámbito transversal, deseables para el orientador psicopedagógico.

En primer lugar su labor será la de:

A) Asesor de los profesores de Matemáticas,

Esta función se llena de contenido con los siguientes propósitos formativos u objetivos, ya que pretendemos:

- 1- Formarle para ser capaz de tener en cuenta a un amplio entorno del sistema social y educativo, y no solo al alumno individualmente, en cualquier problema profesional que implique a las matemáticas.
- 2.- Crear y aumentar su capacidad de modelizar la realidad, o sea dicho entorno, en cuanto a la problemática en la que tenga que intervenir, con ayuda de las matemáticas.
- 3.- Esta modelización ha de hacerla conjuntamente con el profesor encargado de las matemáticas. Para ello interactuarán dentro del entorno y crearán un universo común de significados, con el cual poder hacer la modelización. Esto implica capacidad de coordinación con independencia e interdependencias mutuas a la vez.
- 4.- Las actuaciones profesionales han de tener como base una concepción positiva de los errores y no de sanción o negativa. Ha de partir del conocimiento de los aprendizajes y del desarrollo que tienen los alumnos, para conectar en ellos y poder buscar soluciones a los problemas que existan. Teniendo en cuenta que el aprendizaje significativo con la creación de significados estructurados por un lado,

y la motivación por otro, son el motor del conocimiento. Para ambos hay que partir de lo que hay en positivo, considerado individual y socialmente.

5.- Es deseable que llegue a ser un resolutor de problemas, previamente definidos mediante la modelización. Tiene que poseer técnicas de caracterización adecuada de los problemas y capacidad creativa para buscar nuevos enfoques, que rompan las situaciones de estancamiento de los problemas y los pongan en vías de solucionarse.

En segundo lugar el psicopedagogo ha de ser:

B) Interventor en los procesos educativos y de aprendizaje.

Como interventor en los procesos educativos y de aprendizaje deseamos colaborar en la labor de :

6.- Capacitarle para comprender los fines educativos de un marco curricular genérico y especialmente de sus aspectos concernientes a las Matemáticas.

7.- Generar capacidad para reconocer y explicitar las características idiosincráticas de un grupo cultural, geográfico y social determinado, (ciudad, pueblo, región, país, étnia, religión, etc.), que deban ser tenidas en cuenta en el desarrollo curricular del área de Matemáticas, en las fases a realizar por los centros y por los profesores.

8.- Llegar a conocer las condiciones contextuales y personales de un Centro. Constituidas por su infraestructura general, materiales específicos, relaciones con el entorno social y rasgos económicos, ideológicos, etc. Profesorado, dirección, padres y sus parcelas de poder y decisión, sus interrelaciones, etc.. Así como su trayectoria de ideario y hábitos educativos. En general y en lo referente al área de Matemáticas.

9.- Favorecer la capacidad de comprender la composición y dinámica de funcionamiento de los grupos de profesores que constituyen los Seminarios, concretamente el de Matemáticas, caracterizando la “etnodidáctica” viva en ellos, en relación a su tarea docente. Detectando ésta, no solo mediante sus documentos o "artefactos" didácticos, sino también mediante la inmersión en sus escenarios y el análisis etnográfico de sus relaciones y hábitos didácticos.

10.- Captar los tipos de relaciones de comunicación (y poder), que existen en estos grupos y constituyen un condicionante del currículum de matemáticas. Ser un buen “interpretador”, o hermeneuta, de la comunicación.

11.- Llegar a ser un gestor de las informaciones sobre todos los aspectos anteriores. Capaz de una relación de equipo con todos los profesores de matemáticas de un centro, para poder proporcionar y recibir la información con mutua aceptación.

Como puede constatarse en estos objetivos, consideramos que es prioritaria la intervención preventiva, es decir la labor de adaptación contextual de los objetivos y medios educativos propios

del área de matemáticas, de modo que puedan llevarse a cabo las tareas educativas sin la aparición de dificultades o problemas de aprendizaje, en lugar de pensar en una intervención diagnóstica y correctiva.

Esta característica deriva el tema de la formación necesaria hacia esta otra pregunta: ¿cómo formar a un gestor de informaciones tan variadas que además sea capaz de seleccionar, de acuerdo con los especialistas de cada una de las áreas del currículum, las informaciones pertinentes en cada entorno, en cada problema contextualizado e individualizado?.

Esta capacidad en relación con la educación en matemáticas se refiere a situaciones que requieren conocimiento tanto de técnicas didácticas como de motivación para el aprendizaje, junto a una concepción de las matemáticas como algo cercano, cultural y del dominio de cada persona, más que una búsqueda de otras motivaciones. Esta concepción de las matemáticas requiere ser “construida” en una sociedad de didactas de las matemáticas, con una enculturación que requiere tiempo y experiencias globales muy superiores a las que son posibles en el ámbito de esta asignatura, con un máximo de 40 horas.

Todo lo dicho, es una hipótesis de trabajo, que requiere de unos fundamentos para pasar a una propuesta práctica posterior. Veamos esos fundamentos.

2.2.- Fundamentos para la formación de orientadores psicopedagógicos.

Las diversas órbitas en las que debe moverse la formación de agentes educativos, (profesores y asesores de los profesores, orientadores, educadores sociales, diseñadores curriculares y de recursos), en el área de Didáctica de las Matemáticas van desde las Matemáticas, como conocimiento científico y profesional, considerando las concepciones de los profesores sobre la materia y su enseñanza, hasta la incuestionable regulación normativa de todo el sistema en el que el agente, (profesor o asesor, etc.) debe integrarse, pasando por la necesidad de crear conciencia crítica de los elementos ocultos de la estructura sociológica que condiciona la intervención en matemáticas y sus resultados, tanto o más que la cualificación del profesor.

Esto hace que el tema sea muy amplio y controvertido y determina la necesidad de un marco de referencia para la propuesta que hacemos en este proyecto de formación de asesores psicopedagógicos de los profesores de matemáticas, marco formado por los aspectos:

A.- Normativo institucional.

B.- Teórico Didáctico-Matemático, basado en fundamentos tanto de teoría del conocimiento y teorías psicológicas y sociales del aprendizaje, como en las conceptualizaciones sobre las propias matemáticas, propuestas por algunos valiosos especialistas y autores del área, y reelaboradas desde nuestro propio punto de mira.

Para plantearse la formación de agentes educativos de manera coherente hay que trazar un marco de referencia para los conceptos de **matemáticas, conocimiento y aprendizaje**, que constituya el conjunto de presupuestos implícitos en el significado que asignamos a estas palabras

dentro de este proyecto, ya que sabemos la pluralidad de corrientes teóricas existentes sobre cada uno de estos objetos de estudio, dentro de las áreas científicas implicadas en su desarrollo y en los distintos campos prácticos en que se producen los procesos institucionales de organización de la educación matemática.

2.2.1-Fundamentos epistemológicos.

Respecto de las teorías del conocimiento y aprendizaje, en primer lugar, las hemos analizado desde la perspectiva *ecológica*, que considera que el comportamiento humano está influido por el medio físico, social y cultural donde se realiza.

Esta perspectiva ecológica se centra en la globalidad de las condiciones y características de un contexto, para definir y aclarar los problemas del conocimiento y el aprendizaje. En el contexto, cada sujeto será *semejante* a los otros, frente a la realidad globalmente considerada,

La postura fenomenológica tiene sus raíces en el existencialismo como movimiento filosófico humanista, del que tomaremos a Sartre, ya que recoge como influencias que han configurado la base de su pensamiento a Descartes, Husserl y Heidegger, autores cercanos a las matemáticas.

El existencialismo ve al hombre en esencia como un ser en el mundo, que no se puede entender aparte del mundo. Y al mundo como algo a lo que el hombre asigna significados en una relación dialéctica con él. Tanto lo que llamamos mundo no puede ser comprendido sin los significados que le confiere el hombre, como el hombre no tiene sentido sin el mundo.

Esta opción existencialista genérica ha ido evolucionando en distintas teorías, desde la perspectiva fenomenológica de la que parte, hacia la postura de Wittgenstein, que aquí adoptamos. En este posicionamiento, la relación entre el organismo humano y su entorno no se puede expresar en términos de recíproca causalidad puramente mecanicista, hay más bien una compleja dialéctica causal entre el ser humano y el mundo, en la cual se configuran mutuamente.

A medida que van siendo más altos los niveles de experiencia y de consciencia de un sujeto, el entorno va tomando para él nuevas formas o configuraciones (*gestalts*), que presuponen un nivel preconsciente en el cual el organismo confiere inconscientemente sentidos y constituye un medioambiente o entorno propio.

Esta opción de construcción del mundo, ligada al sujeto y a su entorno, marca la postura epistemológica que adoptamos frente a la relación hombre-mundo, como tema epistemológico central en tanto que sujeto-objeto, de la teoría del conocimiento.

2.2.2- Fundamentos psicológicos. Aprendizaje.

Terminada la explicación de nuestra concepción sobre el conocimiento, o carácter de las cuestiones relativas a la relación sujeto-objeto, pasamos al fundamento teórico psicológico, es decir

al papel del sujeto individual en el proceso mediante el cual se produce dicha relación o sea el conocimiento.

Nuestra opción psicológica se sitúa en el **constructivismo**, y dentro de éste en el constructivismo social. Es decir nos decantamos por la **cognición situada**, como postura que acepta la construcción del conocimiento por parte del sujeto dentro de un contexto de carácter global. En este contexto se encuentra en contacto con otros sujetos, como él, y también con otros de un desarrollo menor o mayor, y todos con un entorno social y natural como substrato vital.

Consideramos conveniente hacer unas matizaciones, desde el punto de vista de la Didáctica de las Matemáticas de los llamados conocimientos, o también *aprendizajes*, ya que conviene aclarar la pertinencia o el sentido del término aprendizaje al referirse a aspectos del conocimiento matemático.

Al hablar de *aprendizaje* dentro del área de Didáctica de las Matemáticas, nos referimos tanto a conocimientos matemáticos, como a actitudes científicas y al autoconcepto relativo a las capacidades matemáticas. Esto último no siempre suele ser incluido en la palabra aprendizaje, debido a que hay una falta de consenso explícito en el lenguaje relacionado con los aspectos de la psicología. Lenguaje que se presta a confusiones dentro del ámbito didáctico-matemático, si no se explicita en qué paradigma se sitúa el discurso. Hemos intentado aclarar esto, exponiendo nuestra postura *constructivista y situada en contexto*, lo que nos permite hablar de los *aprendizajes* en nuestro ámbito sin que ello induzca a pensar que participamos del enfoque conductista, en cuyo seno se acuñó el término aprendizaje.

2.2.3-Fundamentos matemáticos.

Las siguientes consideraciones epistemológicas permitirán centrar nuestro posicionamiento sobre el *conocimiento matemático* y su papel en el sistema escolar.

Si se puede afirmar que las matemáticas han evolucionado desde el ideal euclídeo al empírico, es porque su metodología y objetivos han ido cambiado paulatinamente.

En los comienzos del siglo actual la inquietud por esclarecer las dudas sobre la naturaleza epistemológica de las matemáticas propició dos grandes intentos de rehacer los fundamentos de la matemática en su modelo euclídeo, el "logicista" de Russell, y el "formalista" de Hilbert. Ambos modelos, junto al "intuicionismo" de Brouwer, trataron de rescatar parte de las teorías clásicas para darles su propia justificación. Los tres intentos fracasaron en una justificación universal y sin fisuras. Y las Matemáticas, en lugar de seguir buscando su afirmación en el supuesto modelo perfecto (euclídeo) de la ciencia por excelencia, aceptó como más plausible el enfoque empirista de Popper.

En suma la caracterización epistemológica de las Matemáticas manifiesta actualmente que ha evolucionado desde una teoría euclídea hacia una teoría empírica, o cuasi-empírica, (pero a través de los neoempirismos de Russell, Quine, Carnap, y fundamentalmente de Popper), con lo que se llega casi a desterrar el modelo euclídeo y a enunciar que "*bajo la influencia de la crítica moderna*

de sus fundamentos, la matemática había perdido ya gran parte de su "certeza absoluta" y que en el futuro, debido a la aparición de nuevos axiomas de la teoría de conjuntos, sería cada vez más falible" (Gödel, 1944, p.213; cit en Lakatos 1981, p.45).

De todas las posturas epistemológicas vislumbradas consideramos el **pragmatismo mediacional o transaccional** como la más explicativa de los fenómenos de producción Matemática y Didáctica, así como de sus productos o teorías que están íntimamente ligadas en esa estructura que es el conocimiento y que envuelve al sujeto, a los grupos sociales y a los objetos de conocimiento en un genuino Sistema. De las teorías citadas se desprende que actualmente la epistemología no es sólo Filosofía conceptual de la ciencia sino que va por nuevos derroteros científicos, en los que juega un papel relevante la Sociología del conocimiento.

Mediante el estudio de la evolución sufrida por la epistemología, tanto la ciencia del conocimiento en general como la referente a las matemáticas, han experimentado un cambio que nos hace concluir:

1°. La Epistemología general ha pasado, de definir el conocimiento como algo exterior y separado de sus productores, descontextualizado, sin influencia de sus orígenes concretos (Filosofía del conocimiento), hasta definir el conocimiento como inseparable de sus productores y de su proceso de producción, contextualizado, unido a su comunidad, que lo genera y evalúa (Sociología del conocimiento).

2°. Respecto a la epistemología de las Matemáticas ésta ha evolucionado, desde el dogmatismo lógico hacia el escepticismo pragmático, que las considera primordialmente como un lenguaje social, patrimonio de una cultura.

En la postura intermedia del cuasi-empirismo de Lakatos ya se otorga al conocimiento matemático un carácter "falible" o cambiante, aunque no se acepte su contextualización en comunidades, generadoras de paradigmas, con objetivos explicativos como propósito colectivo de la ciencia, y con criterios de "comprensión" como validadores, tal como postulan Khun, Wittgenstein y Toulmin.

Así Toulmin nos aconseja *"reorientar nuestra atención desde la acumulación de proposiciones verdaderas y sistemas proposicionales, hacia el desarrollo de conceptos y procedimientos explicativos progresivamente más potentes."* (Toulmin, 1977, p. 41). Porque cuando se comprende que la verdad de las proposiciones no sólo es relativa, sino que está inexorablemente ligada a la relatividad del propio concepto de verdad, se acepta que el conocimiento es contextualizado *"pero la ciencia no es menos "racional" por todo esto "*. (Toulmin, 1974, p. 43)

Es necesario poner de manifiesto que existen numerosos autores, dentro del área de Didáctica de las Matemáticas, trabajando en las ideas sobre la epistemología antropológica. Entre ellos podemos citar a D'Ambrosio, Ascher, Bishop, Borba, Cobb, Connors, Gerdes, Keitel, Millroy, Skovsmose y muchos más, unos interesados principalmente en aspectos teóricos, otros en sus bases prácticas, la mayoría en ambas y en sus aplicaciones o consecuencias para la educación.

Algunos de éstos se han adscrito abiertamente a la reciente línea de investigación bautizada

por D'Ambrosio como "Etnomatemática" y cuya principal novedad es el cambio en sus planteamientos sobre la posibilidad y entidad del conocimiento matemático.

Esta conexión entre epistemología y etnomatemáticas es claramente establecida por D'Ambrosio (1994) cuando presenta dicha corriente como un programa teórico y una práctica pedagógica interesada por cuestiones como,

"¿De dónde vienen las ideas matemáticas? ¿Cómo están organizadas? ¿Cómo avanza el conocimiento matemático? ¿Tienen estas ideas algo que ver con el entorno en su conjunto, sociocultural o natural?" (D'Ambrosio 1994; p. 454).

También Bishop (1994) subraya que la cuestión epistemológica fundamental que subyace a las investigaciones realizadas sobre etnomatemáticas es si, *"¿Hay una matemática que se presenta en diferentes manifestaciones y simbolizaciones, o existen diferentes matemáticas que son practicadas teniendo ciertas similitudes?" (p. 15)*

Dos aspectos son importantes en las bases filosóficas de las Etnomatemáticas, desde nuestro punto de vista:

1) El conocimiento matemático es posible, luego se trata de una postura "dogmática", es decir, "no escéptica". Sin embargo es inseparable de sus productores y por lo tanto "relativo", apartándose esta visión del "absolutismo" epistémico-matemático tradicional e incluso del de los autores más evolucionados, como Lakatos.

2) El conocimiento matemático tiene sentido y por lo tanto validez, integrado en cada cultura inseparablemente. Los juicios sobre tal validez son "locales" no "universales". Es por lo tanto un enfoque "pragmático" que atribuye el poder de validar a la comunidad calificable de "científica" en el contexto, no a formulaciones genéricas o "ideas" de un "tercer mundo" popperiano. Los juicios realizados desde otra cultura deben estar basados en "traducciones" fieles al contexto y a los fines que generaron tal conocimiento y no meras revisiones valorativas o sancionadoras desde parámetros externos.

Esta postura relativista es compartida por los autores de la línea, con matices como el nuestro que puede situarse dentro de un posicionamiento "moderado- constructivista".

Por lo tanto el conocimiento matemático queda ligado al lenguaje y conjuntamente con éste a la cultura del que lo "crea" o lo "reconstruye" teniendo un carácter "relativista" esta concepción que aceptamos conscientemente.

Consideramos también de gran interés, para la explicitación de las características de las bases filosóficas-matemáticas de las etnomatemáticas la conceptualización de "problema" presentada por Borba. Según este autor, lo que es *interesante*, lo que es *un obstáculo*, o lo que *preocupa*, es, en general, un problema. Esta definición de problema tiene dos aspectos, uno subjetivo y otro objetivo. El aspecto subjetivo implica conciencia de una necesidad de dar solución o respuesta, y el aspecto objetivo está constituido por una situación de rompecabezas, o partes a encajar, que pone a prueba la

conciencia. Los aspectos objetivo y subjetivo de esta definición de problema están condicionados por la tradición cultural de una persona, dado que tanto el aspecto de interés como el de lo que es un obstáculo dependen de la cultura de una persona.

"Un problema puede considerarse como una situación que requiere una parada en el curso de la vida de una persona y que es importante para la existencia de esa persona" (Borba, 1990, p.40)

Vemos en esta definición su concepto "vital" de problema. Cuando un problema, en su planteamiento, tiene un tratamiento matemático, o en su solución aparecen características matematizables, puede que se generen matemáticas por las personas que han sido retadas por la situación problemática. Es por lo tanto parte de la vida y la cultura de una persona la resolución de problemas, con intervención de las matemáticas ayudando a modelizarlo y /o a resolverlo.

Así pues, la Etnomatemática toma la resolución de problemas como un objeto clave de su cometido, pero partiendo de situaciones problemáticas "vivas", y empleando conocimiento surgido en el "diálogo" social contemporáneo con el problema, para modelizar y resolver tales problemas contextualmente, no generalmente.

2.2.4.- Fundamentos didácticos: Enfoque relativista e interactivo del aprendizaje matemático.

La noción de etnomatemáticas tiene, evidentemente, claras implicaciones para la educación. Si personas diferentes producen distintos tipos de matemáticas, no es posible pensar en una educación con procesos uniformes que se desarrollen en el mismo sentido por diferentes grupos. La educación matemática debería desarrollarse teniendo en cuenta las peculiaridades culturales de cada grupo social. Y en alguna medida a las propias etnomatemáticas de modo que se llegue, mediante la educación, a un punto de vista multicultural de las mismas.

Para desarrollar en la educación puntos de vista basados en la etnomatemática, es importante considerar los conceptos de *dialogo social* y de *problema*.

Se podrían encontrar problemas basados en las etnomatemáticas, evitando así el uso de pseudo-problemas. Los problemas a resolver podrían ser elegidos tanto por los estudiantes como por los profesores, en una relación dialogante entre ellos que fortalezca y aliente una conciencia crítica. El conocimiento puede considerarse como un producto de esta relación dialogante o dialéctica. Ambas partes aprenderán la una de la otra.

Una pedagogía en la que los estudiantes son tratados como iguales, o al mismo nivel que el profesor, no es un proceso educacional desprovisto de valores. La incorporación de aspectos socioculturales en la educación matemática y la forma dialogante de hacerlo tienen ambos un papel que jugar, en la formación de "valores" y "actitudes", tanto científicas como sociales.

Un diálogo en el que profesor hable desde sus supuestos etnomatemáticos, generalmente

desarrollados en la Universidad, y los alumnos hablen con los suyos, produce conocimiento matemático y puede llevar a los alumnos a afianzar sus raíces socio-culturales, porque sus conocimientos "etno" son legitimizados, reconocidos y valorados, en el proceso educacional. Esta pedagogía puede enfatizar que las matemáticas no son una expresión única y excluyente, y que se construyen socialmente.

Usando este enfoque, educadores como Borba, Frankenstein, Gerdes, Skovsmose, Mellin-Olsen, han desarrollado propuestas pedagógicas. La mayor parte de estas propuestas han sido aplicadas, en escuelas no formales y en la educación de adultos. Sobre si este tipo de propuesta podría funcionar en situaciones escolares formales hace falta establecer experiencias, como las propuestas en los "*microproyectos*" (Oliveras 1995c), que muestran cómo pueden adaptarse los currícula. Éstos son caminos que algunos autores han usado para romper la atomización de los currícula tradicionales y construir una nueva visión de las matemáticas más global y contextualizada.

Nuestros planteamientos, respecto de la componente didáctica de los fundamentos, coinciden pues con los de las teorías interactivas del aprendizaje matemático que son la versión correspondiente, en el ámbito didáctico, de la visión constructivista psicológica. Nuestras ideas en cuanto a la necesidad de adoptar una perspectiva sociológica en las investigaciones didáctico-matemáticas es la consecuencia del planteamiento constructivista social del aprendizaje. Esta toma de postura no es arbitraria o caprichosa, se debe a una profunda convicción provocada por el análisis científico de los fenómenos de aprendizaje matemático y la experiencia de la realidad del aula. Mediante ambos hemos llegado a la certeza de que en el aula ocurren fenómenos que involucran, además de a la Matemática y a los sujetos de la relación didáctica (alumnos y profesores), a los procesos sociales de construcción del conocimiento, que pueden considerarse la tercera dimensión, y que se encuadran en las teorías constructivistas sociales o también llamadas interactivas.

En nuestro planteamiento contextualizado, la intersubjetividad, como característica del proceso cognitivo, hace que el conocimiento quede ligado al contexto particular en el que se construye dicha relación entre los sujetos, que no sea algo general y transferible a cualquier otro contexto, como se pensaba en el enfoque cognitivista del "procesamiento de la información".

Por tanto, para la interpretación de las observaciones relativas a los conocimientos matemáticos y a su transmisión, serán necesarias, en igual medida, teorías de la interacción social, la epistemología de la materia y las teorías psicológicas del aprendizaje situado o contextualizado.

Porque la interacción social no elimina al sujeto, que hace versiones personales del conocimiento, llegando a sus propia identidad cognitiva.

3. El proyecto de investigación

El proyecto de investigación se titula
Desarrollo profesional y aspectos didáctico matemáticos del currículo para la

formación inicial y avanzada de los orientadores educativos

Se elaboró a comienzo del curso 1996-97, y se solicitó financiación acudiendo a la convocatoria de la DGES (Programa sectorial de promoción general del conocimiento).

En el proyecto se incluyen los siguientes apartados: Objetivos, beneficiarios, antecedentes y estado actual del tema, bibliografía, aplicabilidad y utilidad práctica de los resultados previsibles, hipótesis, metodología y plan de trabajo, técnicas y procedimientos de recogida y análisis de datos, participantes en cada tarea, limitaciones del estudio, experiencia previa de los investigadores, medios necesarios para su realización.

Comentamos a continuación el Plan de trabajo, ya que otros epígrafes, como los referidos a la fundamentación, han sido desarrollados más ampliamente en la fundamentación de este artículo.

El plan de trabajo figura detallado en el anexo I. Se articula en dos dimensiones: las fases conceptuales y las etapas temporales.

Las fases conceptuales son cuatro. Una primera teórica- fundamental, en la que se ha realizado la revisión bibliográfica, se han buscado las relaciones entre la información obtenida y los problemas planteados, y se han elaborado los referentes conceptuales que fundamenten el currículum didáctico-matemático de la formación de los orientadores. La segunda fase, teórica aplicada, consiste en la elaboración del Pre-diseño de intervención en el aula. La tercer fase empírica, está llevándose a cabo, y consiste en la de puesta en acción de las propuestas curriculares elaboradas. La cuarta consistirá en el análisis de los procesos, DE desarrollo de la parte empírica, así como de sus resultados, llegando a obtener unas conclusiones.

En cuanto a la dimensión temporal, proponemos dos etapas anuales. El primer año se desarrollarán las fases primera y segunda y el segundo la tercera y cuarta. Actualmente nos encontramos en la primera de estas etapas temporales, habiendo realizado ya las fases 1 y 2.

Al diseño anterior le hemos añadido una actuación práctica, a la que llamamos *estudio piloto*, que tiene como objetivo explorar las posibilidades de la fase empírica del proyecto. En el siguiente apartado describimos este estudio.0

4. Estudio Piloto: Diseño e implementación de la asignatura *Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*

El estudio piloto ha consistido en el diseño de la asignatura *Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, así como en su puesta en práctica por los autores del proyecto, el presente curso. La asignatura se imparte en el segundo ciclo de la Licenciatura de Psicopedagogía (último curso de la Licenciatura). Es una asignatura cuatrimestral, de carácter optativo, con una carga lectiva de 4 créditos. El estudio lo estamos realizando durante el presente curso 96-97, de forma simultánea y coordinada, en los dos grupos en que se han organizado los alumnos, según el plan docente de la

Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada, acogiendo a un total de 150 alumnos.

El objetivo de este estudio es detectar distintas dimensiones y problemáticas que nos puedan orientar en el diseño específico de la investigación.

Los autores del artículo, en base a la fundamentación explicitada en el apartado §2, hemos elaborado una propuesta de diseño de la asignatura. El debate y reformulación en el seno del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada, matizó dicha propuesta hasta su aprobación definitiva con la forma que aparece en el Anexo II.

El desarrollo concreto de esta propuesta curricular se ha realizado en torno a la elaboración de un guión de trabajo para cada uno de los cuatro temas:

- Tema 1. **Dimensión social y cultural de las matemáticas.**
- Tema 2. **Aprendizaje de las matemáticas.**
- Tema 3. **Errores y dificultades en el aprendizaje matemático.**
- Tema 4. **Enseñanza de las matemáticas.**

En el anexo III figura, como ejemplo, el guión del primer tema.

Como se observa en este guión, aparte de la concreción en las variables curriculares tradicionales (objetivos y contenidos), hemos destacado unas cuestiones que van a articular el tratamiento del tema, y una bibliografía diferenciada: básica y de ampliación. Los alumnos deben realizar fichas de lectura de los textos básicos, y de algunos textos de ampliación.

El desarrollo de la clase parte de las cuestiones del tema y plantea una situación didáctica que podrá consistir en la lectura de un texto o en la realización de una tarea concreta, que, resuelta en grupo, permitirá elaborar respuestas a las cuestiones del tema. La puesta en común de estas tareas concluirá con la elaboración de esquemas de respuestas a las cuestiones, y con la redacción de un trabajo teórico-práctico relacionado con el contenido del tema.

En el anexo IV figuran algunas de las actividades realizadas en clase, relativas a los dos primeros temas.

La metodología empleada en clase es una consecuencia del origen como proyecto de investigación, y ha tratado de ser coherente con las características de un diseño de investigación en la acción. Dos de los tres investigadores que hemos puesto en práctica el estudio piloto hemos actuado como profesores de la asignatura. El tercero ha actuado como observador participante durante la implementación de la misma. La realización de los guiones de cada tema, con lo que esto comporta (planteamiento de fines del tema, selección de textos, redacción de la propuesta y búsqueda de actividades), ha sido discutida por los tres investigadores. Esta discusión ha sido una constante a lo largo del curso, lo que ha dado lugar a un trabajo de coordinación, y de reflexión en la acción.

En base a las observaciones realizadas por el observador participante, hemos podido elaborar la ejemplificación de la puesta en práctica de algunas tareas, que figura en el anexo V.

4. Conclusiones

A punto de acabar el curso, dado que esta asignatura es de primer cuatrimestre, estamos en condiciones de hacer una primera valoración de la viabilidad de la investigación y la pertinencia de las dimensiones consideradas.

La primera dimensión a considerar es de tipo contextual. Los estudiantes de los dos grupos han sido distintos de manera significativa. Mientras los del grupo de tarde eran preferentemente profesores en ejercicio, los del grupo de mañana eran recientes diplomados, en busca de una licenciatura. La actuación y referentes de unos y otros en relación al papel del orientador es distinto.

Ligada a esta dimensión contextual, la segunda se refiere a la actitud frente a las asignaturas universitarias. Para la mayoría de los estudiantes, la inclinación es teórica, con unas expectativas de formación en un cuerpo de conocimientos tecnológico, sobre dificultades de aprendizaje matemático. Estas expectativas están acompañadas de una preparación preferentemente teórica, que les dificulta para plantear cuestiones concretas, relacionadas con la definición de su papel profesional, y con la colaboración de las matemáticas en la formación de tal papel. Con ello el proceso de comunicación se ha hecho difícil, en tanto las concepciones de los estudiantes sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, eran rígidas, poco abiertas a la consideración educadora de las matemáticas.

Teniendo en cuenta que la asignatura tiene por fin incidir en el planteamiento profesional del orientador, y que la realidad contextual nos muestra la dificultad de asumir este planteamiento por el estudiante, hemos detectado la dificultad de diseñar actividades que sean significativas para ellos. Hemos percibido que no compartimos con los estudiantes la concepción sobre lo que constituye un *problema didáctico*. Desde su concepción, los problemas didácticos están definidos de manera general (descontextualizada), son fácilmente reconocibles en las situaciones de aula, y sólo requieren un conocimiento inmediato, declarativo y no reflexivo (a modo de receta), para su solución.

Hemos observado como la lectura de textos y la elaboración de fichas de lectura, que tenían como objeto el ayudar a los estudiantes a fundamentar sus aportaciones en los debates, no ha sido siempre significativa para ellos, habiéndose constituido en una tarea escolar, o sacando a la luz sus deficiencias para la lectura comprensiva de textos. Asimismo, algunas actividades de clase se han interpretado como modelos de enseñanza de las matemáticas, más que como reactivos para la reflexión psicopedagógica. El examen de la asignatura, que ha consistido en el comentario de la introducción al Diseño Curricular de Matemáticas, de la Enseñanza Primaria, no ha reflejado la naturaleza práctica de la tarea, sino que ha prevalecido el aspecto escolar, al que se ha aplicado al pie de la letra un esquema de comentario de textos.

En la valoración que los estudiantes han hecho de la asignatura, se detecta que si bien al principio del curso apareció un cierto desconcierto por no exponerse en clase unos conocimientos, la impresión final es que los estudiantes no mantienen la frustración respecto a las expectativas planteadas, sino que estas han cambiado con el desarrollo del curso.

En resumen, el estado actual de primera revisión del estudio piloto nos lleva a la necesidad de buscar actividades de carácter didáctico, relacionadas con la reflexión psicopedagógica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que sean significativas para los estudiantes, es decir, que recojan sus expectativas de carácter profesional, a la vez que no se queden en el planteamiento de recetas para el tratamiento de errores y dificultades. Por otra, nos estamos planteando diseñar el seguimiento del desarrollo de la investigación, de manera que la reflexión sobre cada una de las fases de la investigación sea más rica y objetiva.

REFERENCIAS y FUNDAMENTOS BIBLIOGRÁFICOS

- D'AMBROSIO, U. (a): Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5, nº 1, pp. 44-48. Montreal.
- D'AMBROSIO, U. (1994). Cultural framing of mathematics teaching and learning. En: R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straser, B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (p. 443-455). Dordrecht: Kluwer A. P.
- BISHOP, A. (1988c): Mathematics Education in Its Cultural Context. En Bishop, A. (ed.) *Mathematics education and culture*. Kluwer Academic Publishers. Londres.
- BISHOP, A. J. (1994). Cultural conflicts in Mathematics Education: Developing a research agenda. *For the Learning of Mathematics*, 14, 2, pp. 15-18.
- BORBA, M. C. (1990): Ethnomathematics and Education. *For the Learning of Mathematics*, 10, 1, Febrero, pp. 39-43.
- EISENHART, M. A. (1988): The Ethnographic research tradition and Mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*. 19, 2, pp. 99-114.
- GERDES, P. (1993): Survey of current work on Ethnomatematics. *Reunión anual de la American Association for the Advancement of Science*. Boston.
- LAKATOS, I. (1981): *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Alianza Universidad. Madrid.
- OLIVERAS, M. L. y grupo ALGABAR (1992): La connaissance mathématique et les contextes artisanaux. Proceeding of *I.C.M.E. VII*. Québec. p278.

OLIVERAS, M. L.: (1995): Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular. Editorial COMARES. Granada. ISBN 84-8151-241-9.

POPKEWITZ, T. S. (1988): Institutional Issues in the Study of School Mathematics: Curriculum Research. En Bishop, A.(ed.) *Mathematics education and Culture*. Kluwer Ac. Pub..Londres.

TOULMIN, S. (1977): *El uso colectivo y la evolución de los conceptos*. Alianza. Madrid.

WHITE, L. A. (1976): El lugar de la realidad matemática: una referencia histórica. En Newman, J. R. (comp.) *Sigma. El mundo de las matemáticas*. V.6. Grijalbo. Barcelona.

WILDER, R. (1986): The cultural basis of mathematics. En Tymoczko, T.: *New directions in the philosophy of mathematics*. pp 185-199.

WITTGENSTEIN, L. (1980): *Tractatus Logico-Philosophicus*. Alianza Universidad. Madrid.

WITTGENSTEIN, L. (1981): *Investigaciones filosóficas*. Crítica. Barcelona.

WOODS, P. (1987): *La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa*. Paidós. Barcelona.

WRIGHT MILLS, C. (1977): *L'imagination sociologique*. Ed. François Maspero. París.

ZEICHNER, K. M. (1987): Enseñanza Reflexiva y Experiencias del Aula en la Formación del Profesorado. *Revista de Educación*, 282, pp. 161-189.

Anexo I

Proyecto de Investigación

PLAN DE TRABAJO

I.-Fases conceptuales:

1ª.- Teórica- fundamental.

- Revisión bibliográfica. Literatura de investigación en el tema y temas afines.
- Buscar relaciones entre la información obtenida y los problemas planteados, reconocer y formular los nuevos problemas que vayan surgiendo a partir de la revisión y análisis bibliográfico.
- Elaboración de los referentes conceptuales que fundamenten el currículum didáctico-matemático de la formación de los orientadores.

2ª.- Teórica- aplicada.

- Elaboración del Pre-diseño de intervención en el aula.
- Concrección a los diseños contextualizados en cada aula, objeto de estudio.

3ª.- Empírica.

- Puesta en acción de las propuestas curriculares situadas.
- Sujetos de estudio:
 - A nivel de formación inicial: los grupos de alumnos de Segundo Ciclo de la Licenciatura de Psicopedagogía, de las Universidades de Cádiz y Granada.
 - A nivel de formación avanzada: grupos de alumnos de Tercer Ciclo de los Programas de Doctorado de los Departamentos implicados en dichas Universidades.
- Diseño base: Investigación en el aula. Actuación; Observación; Reflexión. Elaboración Conclusiones del primer ciclo. Repetición hasta un máximo de cuatro ciclos.
- Variables: Los elementos del diseño curricular, su estructura y organización, concebidos como ejes de referencia para analizar la globalidad de los problemas de investigación planteados: tareas planificadas; documentos seleccionados; secuenciación y organización de contenidos; sistema de evaluación propuesto, gestión y rutinas metodológicas empleadas en clase, etc.
- Elaboración de categorías e indicadores para el análisis de los datos.
- Técnicas de recogidas de datos:
 - técnicas directas de tipo audiovisual, en audio y en video.
 - protocolos de observación, diarios.
 - entrevistas y cuestionarios.
 - portafolios de documentos de grupo elaborados los estudiantes.
 - producciones individuales de los estudiantes.
- Análisis de datos: análisis de contenido y otros procedimientos cualitativos informatizados.
- Elaboración del informe.

4ª.- Análisis de los procesos, resultados y conclusiones.

- Análisis del proceso, contraste entre los presupuestos explícitos en el diseño y el informe de su puesta en práctica.
- Detección de las dificultades y problemas surgidos.
- Toma de decisiones respecto a la modificación del prediseño.
- Conclusiones: Elaboración de la propuesta curricular definitiva.

II.-Etapas temporales:

Dos etapas anuales que recogerán, en el primer año las fases 1ª y 2ª que corresponden a las fases teórico-básico y teórico-aplicado.

El segundo año las fases 3ª empírica y 4ª de conclusiones.

Limitaciones del estudio:

Es un proyecto en acción, abierto y contextualizado que no tiene una intención generalizadora. Sin embargo tiene una gran validez interna, dado su carácter interpretativo cualitativo, que describe la acción realizada desde unos fundamentos teóricos explícitos, lo que permite su adecuación a los diferentes contextos y facilite el proceso de revisión y evaluación o valoración de sus logros.

Anexo II

APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Optativa, 2º ciclo. Psicopedagogía

4 créditos

En esta asignatura trataremos de delimitar las nociones básicas de las teorías sobre el aprendizaje en relación a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y de proponer una reflexión sobre el conocimiento matemático desde una consideración social y cultural.

1. Objetivos

1) Presentar el conocimiento matemático como construcción social, producto del desarrollo histórico; facilitar la toma de conciencia de las funciones formativa y crítica de las matemáticas en una perspectiva cultural y educativa.

2) Conocer las teorías del aprendizaje conectadas con la adquisición del conocimiento matemático. Establecer las nociones de significado, representación y comprensión para la cognición matemática.

3) Conocer los estudios sobre diagnóstico, tratamiento y corrección de errores así como la detección de dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el sistema educativo.

4) Estudiar las implicaciones que tienen las principales teorías del aprendizaje sobre la instrucción en matemáticas, en relación con las restantes fuentes didácticas y curriculares.

2. Contenidos

Tema 1. **Dimensión social y cultural de las matemáticas.** Visión histórica, epistemológica, social, cultural y educativa de las matemáticas. La Didáctica de las Matemáticas.

Tema 2. **Aprendizaje de las matemáticas.** Criterios y contextualización de las teorías del aprendizaje conectadas con el aprendizaje de las matemáticas. Comprensión. Representación; sistemas de representación.

Tema 3. **Errores y dificultades en el aprendizaje matemático.** Concepciones del error en educación matemática. Papel y sentido del error en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Dificultades específicas en distintos niveles educativos. Diagnóstico y tratamiento de errores y

dificultades en el aprendizaje matemático.

Tema 4. **Enseñanza de las matemáticas.** Criterios y contextualización de las teorías de la instrucción de las matemáticas. La programación en matemáticas. Recursos en educación matemática.

3. Metodología

Trataremos de realizar una reflexión práctica sobre la educación matemática desde una perspectiva psicopedagógica. Para ello se utilizará una metodología activa que fomente la participación de los alumnos. El profesor realizará la presentación y orientación del tema, así como las explicaciones que considere convenientes. Los alumnos realizarán las lecturas y trabajos complementarios propuestos por el profesor para el desarrollo teórico-práctico de los temas, utilizando la bibliografía y los materiales sugeridos.

La puesta en común y los debates sobre los análisis psicopedagógicos fomentarán la creatividad de los alumnos para afrontar su tarea profesional.

Para cada bloque de contenidos se presentará un texto significativo de Didáctica de las Matemáticas, que delimitará el tipo de análisis propuesto.

4. Evaluación

La calificación de la asignatura recogerá el grado de participación de los alumnos en las actividades propuestas, la realización de las tareas y su rendimiento en un examen final.

Una tarea fundamental es la realización de un trabajo relacionado con la asignatura. Este trabajo tendrá un peso de al menos un 50% sobre la calificación final.

El examen final tendrá un peso máximo del 50 % de la calificación final.

6. Bibliografía

Ablewhite, R.C. (1971) *Las matemáticas y los menos dotados*. Madrid: Morata.

Alsina, C. y otros (1996) *Enseñar Matemáticas*. Barcelona: Grao.

Brueckner, L. y Bond, G. (1978). *Diagnostico y tratamiento de las dificultades de aprendizaje*. Madrid: Rialp.

Coll, C. y otros (Comp.) (1990) *Desarrollo psicológico y educación*. Madrid: Alianza.

Dikson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991) *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: MEC Labor.

Giordano, L. y otros (1978) *Discalculia escolar*. Buenos Aires: El Ateneo.

- Gutiérrez, A. (Ed.) (1991) *Área de conocimiento Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Kilpatrick, J. y otros (1995) *Educación Matemática*. México: Grupo editorial Iberoamérica.
- Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M. (1994) *Investigación en educación matemática*. Madrid: Síntesis.
- Llinares, S. y Sánchez, M.V. (1990) *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- Llinares, S. y otros (Eds.) (1996) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.
- Mialaret, G. (1978). *Las matemáticas, cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Barcelona: Pablo del Rio.
- NCTM (1991) *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Oliveras, M.L. (1996) *Etnomatemática. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.
- Pimm, D. (1990) *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata-MEC.
- Puig, L. y Calderon, J. (1996) *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: MEC.
- Resnick, L.B. y Ford, W.W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Madrid: Paidós, MEC.
- Romberg, T. (1991) Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. *Revista de Educación*, 294, pp. 333-406.
- Rosich, N. y otros (1996) *Matemáticas y deficiencia sensorial*. Madrid: Síntesis.
- Santaló, L.A. y otros (1994) *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. Madrid: Rialp.
- Skemp, R. (1980) *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.

Anexo III

Tema 1: DIMENSIÓN SOCIAL Y CULTURAL DE LAS MATEMÁTICAS.

Objetivos del tema:

1. Situar la asignatura en relación a la formación de los psicopedagogos
2. Mostrar la repercusión social y cultural de la matemática y de su enseñanza y aprendizaje
3. Presentar diferentes formas de concebir las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje
4. Mostrar la Didáctica de la Matemática como campo de investigación y área de conocimiento y de organización administrativa.

Contenidos:

§1. Introducción: Interés de la reflexión sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas para el psicopedagogo.

§2. Distintas formas de concebir las matemáticas y la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

§3. Las matemáticas como actividad social y cultural. Repercusión en la enseñanza de las matemáticas.

§4. La Didáctica de la Matemática como área de conocimiento.

Bibliografía básica

Apartado §1. (Leer 2 de los siguientes textos)

Fischbein, E. (1990) Introduction. En Nesher, P. y Kilpatrick, J. (Eds.) *Mathematics and cognition*, pp. 1-13. Cambridge University Press.

Resnick, L.B. y Ford, W.W. (1990). Conclusión. En Resnick, L.B. y Ford, W.W. *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Madrid: Paidós, MEC. (pp. 281-295)

Vergnaud, G. (1990) Epistemología y psicología de la educación matemática. En Nesher, P. y Kilpatrick, J. (Eds.) *Mathematics and cognition*, pp. 14-30. Cambridge University Press.

Apartado §2

Davis, P.J. y Hersh, R. (1988) El matemático ideal. En *Experiencia Matemática*, MEC-Labor, pp. 40-47

Leer uno de los siguientes textos:

Davis, P.J. y Hersh, R. (1988) Perspectiva a través del tiempo. En *El sueño de Descartes*, MEC-Labor, pp. 133-142

González, P.M. (1991) Historia de la matemática: integración cultural de las matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias* 9(3), 281-289.

Apartado §3

Solé, A. (1991) La enseñanza de las matemáticas. Un "coco" espantable. *El País*, suplemento de educación, 12 noviembre 1991, pp. 2-3.

Leer 2 de los siguientes textos:

Bishop, A.J. (1988) Aspectos sociales y culturales de la educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(2), 121-125.

Burton, L. (1989) Las matemáticas como experiencia cultural: ¿De quién?. En *Mathematics, Education and Society*. Documento Series 35, UNESCO. pp. 16-19.

Jurdak, M. (1989) La religión y el lenguaje, medios de transmisión cultural y obstáculos en la enseñanza de las matemáticas. En *Mathematics, Education and Society*. Documento Series 35, UNESCO.

Niss, M. (1995) Las matemáticas en la sociedad. *UNO*, nº 6, pp. 45-57.

Oliveras, M.L. (1996) *Etnomatemática. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

Apartado §4. Leer los dos textos.

Kilpatrick, J. (1995) La investigación en educación matemática. su historia y algunos temas de actualidad. En Kilpatrick, J. y otros (Eds.) *Educación Matemática*. (pp. 2-19) México. Editorial Iberoamérica.

Rico, L. (1996) Didáctica de la matemática como campo de problemas. En E. Repetto y G. Marrero (Eds) *Estrategias de intervención en el aula desde la LOGSE*. PP551579. ICEPSS. Las Palmas.

Bibliografía de ampliación

- Batanero, C. (1994) Universidad de Granada. Dpto de Didáctica de la Matemática (Información sobre tesis doctorales leídas en el Departamento). *Epsilon* 29, 89-94.
- Davis, P.J. y Hersh, R. (1988) Matemáticas y ética. En *El sueño de Descartes*, MEC-Labor, pp. 161-166
- Ernest, P. (1986) Valores sociales y políticos. *Mathematics Teacher*, 116, pp. 16-18.
- Flores, P. (1996) Últimas tesis doctorales leídas en la Universidad de Granada. *Epsilon* 34, pp. 103-110
- Flores, P. (1994) Tesis doctorales leídas en el Departamento de Didáctica de la Matemática. *Epsilon* 30, pp. 75-84
- González, J.L. (1996) Tesis doctoral: El campo conceptual de los números naturales relativos. *Epsilon* 34, pp. 99-102.
- Gutiérrez, A. (1991) *Área de conocimiento didáctica de las matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Kahane, J.P. (1996) Mathématiques et formation. *Petit x*, nº 40, 5-14.
- Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M. (1994) *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.
- Moreno, L. y Waldegg, G. (1992) Constructivismo y educación matemática. *Educación matemática*, 4, nº 2, pp. 7-15.
- Mumbrú, P. (1993) Algunas reflexiones en torno a la didáctica de las matemáticas y su enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(3), pp. 308-313.
- Navarro-Pelayo, V. (1994) Tesis doctoral: Estructura de los problemas combinatorios simples y del razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. *Epsilon* 30, pp. 89-90.
- Oliveras, M.L. (1981) Sentido de las matemáticas para educadores del futuro. Libro homenaje a Jacinto Prieto, pp. 179-193.
- Puig, P. (1955) Decálogo de la Didáctica de la Matemática media. *Gaceta Matemática*, VII, 5-6; pp. 130-135.
- Rico, L. (1995) La comunidad de educadores matemáticos y la situación actual en España. En Kilpatrick, J. y otros (Eds.) *Educación Matemática*. (pp. 20-40) México. Editorial Iberoamérica.
- Rico, L. y Segovia, I. (1996) *Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada*.

Romberg, T. (1991) Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. *Revista de Educación* n° 294, pp. 323-406.

Turégano, P. (1995) Tesis doctoral: Los conceptos en torno a la medida y el aprendizaje del cálculo infinitesimal. *Epsilon* 33, pp. 307-310.

Cuestiones para el tema 1:

- 1) ¿Cómo son las matemáticas? ¿Cuáles son sus características?
- 2) ¿Qué papel tiene la historia de la cultura en las matemáticas escolares? ¿Y en las matemáticas formales que se hacen en las Facultades de Matemáticas? ¿Y en la investigación matemática?
- 3) ¿Por qué resulta difícil de aceptar que una persona tenga una actitud positiva hacia las matemáticas? ¿En qué se diferencian las matemáticas de otras ramas para que ocurra esto? ¿Qué función escolar tienen las matemáticas?
- 4) ¿Qué importancia tienen las matemáticas en la formación de un psicopedagogo? ¿Cómo y en qué se pueden aplicar las matemáticas en la tarea profesional de un psicopedagogo? ¿Cómo pueden ayudar las matemáticas a un psicopedagogo en su tarea profesional?
- 5) ¿Cómo es la enseñanza de las matemáticas? ¿Cómo debería ser?
- 6) ¿Necesita la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas un estudio específico?
- 7) ¿Se pueden enumerar todos los problemas de que se ocupa la didáctica de la matemática?
- 8) ¿Qué relación guarda la práctica educativa con la investigación en didáctica de la matemática?
- 9) ¿Qué necesita conocer el psicopedagogo sobre didáctica de las matemáticas y sobre práctica en educación matemática?
- 10) ¿Cómo puede enriquecerse la didáctica de la matemática con las aportaciones de otros puntos de vista del ámbito educativo? Discutir ejemplos.

Anexo IV: actividades realizadas en los temas 1 y 2

Tema 1. **Dimensión social y cultural de las matemáticas.**

Actividad 1. Cuestionario: creencias sobre las matemáticas su enseñanza y aprendizaje (Camacho)

Alumnos: Responden al cuestionario individualmente; reflexionan sobre la forma de extraer de este cuestionario las creencias de la clase sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje. en grupos (se intercambian cuestionarios rellenos, empiezan por contar los resultados obtenidos por otros, tratan de extraer conclusiones a partir de estos resultados y a partir de ahí determinan criterios para su valoración general en la primera puesta en común; posteriormente - en la clase siguiente-, se recuentan todas las respuestas de la clase, segunda puesta en común, viendo los ítems más destacados; primeras conclusiones en esta puesta en común; se encarga un grupo de extraer las conclusiones de este cuestionario)

Profesor: presentar la actividad, coordinar puestas en común.

Actividad 2. Sistematizar las cuestiones del tema y responder a algunas de ellas empleando los textos recomendados (Trabajo del primer tema)

Alumnos: En grupos, organizan las cuestiones en relación a los apartados del tema; eligen un grupo de cuestiones y los apartados correspondientes; leen los textos y redactan un trabajo en el que presentan las cuestiones elegidas y los apartados en que las incluyen, recogen la forma en que los textos responden a estas cuestiones, y concluyen con una valoración de las respuestas; presentan a sus compañeros estas respuestas y debaten sobre las respuestas encontradas y sus opiniones; matizan los trabajos a la vista de las exposiciones.

Profesor: orienta en la selección de cuestiones, en la organización de la información (dando pautas sobre origen de los textos, datos sobre autores, etc.), matiza los trabajos expuestos, señalando aspectos destacados; coordina la puesta en común y valora los trabajos escritos.

Tema 2. **Aprendizaje de las matemáticas**

Actividad 1. Análisis de los aprendizajes que derivan de la puesta en práctica de diversas secuencias de enseñanza de las matemáticas, de acuerdo con las teorías de aprendizaje de las matemáticas

Alumnos: Individualmente, o en grupos, realizan las tareas propuesta en una secuencia de aprendizaje matemático; posteriormente analizan el tipo de aprendizaje que se ha producido; extraen de los textos dimensiones para diferenciar el tipo de aprendizaje que se produce según las diferentes teorías del aprendizaje matemático;

Trabajo: Eligen una secuencia para trabajarla en profundidad, y elaborar el trabajo del tema: presentación de la secuencia, dimensiones de las teorías del aprendizaje según los textos; análisis de el aprendizaje que se produce en la secuencia, en función de como se contemplan estas dimensiones,

conclusiones

Presentan el trabajo a sus compañeros, se debate su contenido; finalmente se elabora la memoria final de este tema

Profesor: Actúa como profesor de matemáticas, llevando a cabo las secuencias de enseñanza; posteriormente orienta a los alumnos en la elección de dimensiones caracterizadoras de las teorías de aprendizaje matemático, y ayuda en el primer análisis de la secuencia; propone el guión del trabajo; orienta en la exposición de los trabajos; valora los trabajos escritos.

Las secuencias de aprendizaje matemático propuesto han sido las siguientes:

a) TRIANCUAD: (Secuencia encadenada de viñetas gráficas encaminadas a definir una nueva figura, el *triancuad*; en la primera viñeta se da una imagen que se identifica como triancuad, en las siguientes se da una imagen y se pide a los alumnos que decidan si es o no un triancuad, y se da respuesta a la pregunta de la viñeta anterior)

- 1.- Presentación viñeta a viñeta de la secuencia gráfica, pidiendo a los alumnos que expresen sus opiniones
- 2.- Una vez completada la secuencia gráfica, los alumnos deben elaborar, individualmente, una definición del triancuad que verifique las afirmaciones contenidas en la secuencia;
- 3.- Puesta en común de definiciones, corrección de la misma mediante la búsqueda de contraejemplos en la secuencia que contradigan la definición.
- 4.- Elaboración de una definición consensuada.

b) TANGRAM

- 1.- Presentación del tangram, elaboración de un tangram de papel
- 2.- Buscar, en equipos, la forma de colocar las piezas para obtener modelos dados.
- 3.- Problema: ¿Cuál es el polígono del mayor número de lados que se puede construir con el tangram? Resolución en equipos del problema
- 4.- Puesta en común de las soluciones y de los conceptos matemáticos aparecidos durante la resolución: polígono, vértice, lado, tipos de polígonos, etc.

c) Periódico

- 1.- Problema: Me he encontrado una hoja de periódico que en una de sus caras tiene las páginas 17 y 34. ¿Cuántas páginas tiene el periódico?. Resolución en equipos
- 2.- Puesta en común sobre la resolución, y sobre los conceptos matemáticos que han aparecido para ella (divisibilidad, progresiones aritméticas)

d) Iniciación a la topología

- 1.- Problema: Atar una cuerda de las muñecas de cada miembro de una pareja de alumnos, de manera que estas cuerdas estén enlazadas, buscar la forma de que cada uno quede libre del otro, sin desatarse las cuerdas. Intentos de resolución.
- 2.- Representar mediante alambres o con una representación plana la situación planteada. Puesta en común sobre las representaciones. Nueva búsqueda de soluciones al problema inicial.
- 3.- Problemas equivalentes: identificar rompecabezas de alambre -consistentes en alambres enlazados que pueden separarse- con el problema planteado; identificar rompecabezas entre sí, y

detectar esquemas de enlace. Puesta en común.

4.- Resolución de nuevos rompecabezas de alambres

5.- Breve introducción intuitiva a la topología y a los problemas que resuelve.

Anexo V

Descripción de una actividad

El cuestionario sobre concepciones

Actividades Tema I, “Dimensión social y cultural de las Matemáticas”

Plan de Actividades alrededor del “Cuestionario: Creencias y actitudes de los profesores sobre las Matemáticas y su enseñanza”, (Camacho y otros, 1995).

Cumplimentación individual del protocolo, ampliado con las siguientes dos cuestiones:

1: Contacto que han tenido con la Didáctica de las Matemáticas a lo largo de su formación inicial.

2: Experiencia que con la Matemáticas han tenido durante las Prácticas de 2º de Psicopedagogía.

b) Elaborar un análisis de las respuestas del grupo relativa a las concepciones sobre la Matemática, su enseñanza y aprendizaje. Se relativiza al vaciado de las respuestas dadas por los alumnos de cada uno de los grupos de la Materia. Para lo cual se señalan tres momentos diferenciados.

0: Se contextualiza la tarea en un problema del ámbito Profesional del Psicopedagogo con destino en un centro de Medias: El supuesto consiste en que el Seminario de Profesores de Matemáticas del Centro se cuestiona la adecuación de su docencia a las Orientaciones Curriculares de la E.S.O., se les facilitan los cuestionarios con posterioridad a unas sesiones de actualización didáctica, organizadas por el C.E.P., para orientar un Plan de Reflexión sobre la Docencia que desempeñan, partiendo de conocer su posicionamiento personal sobre las Matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Se supone, por tanto, que los cuestionarios han sido contestados por el Seminario de dicho centro de EEMM. Se hace hincapié en la necesidad que los profesores tienen de una orientación facilitadora de su evolución encaminada a la necesaria adaptación a la Reforma Educativa.

1: Recogida y devolución de los protocolos cumplimentados, cuidando de que no coincidan los lectores con sus propias respuestas. Los alumnos están agrupados en 10 pequeños grupos de trabajo estables, libremente organizados por los alumnos. Se solicita a los grupos la aportación interpretativa, tanto la síntesis de los cuestionarios analizados, como de las conclusiones obtenidas y los criterios utilizados para el análisis.

2: Puesta en común de los resultados del análisis por grupos, se invita a explicar la estrategia de codificación, interpretación y síntesis empleadas, tanto para la obtención como para la descripción de los datos. Se inicia con una breve exposición de cada uno de los grupos en torno a los aspectos señalados anteriormente. Con posterioridad se entra en debate al objeto de contrastar los diversos métodos empleados su conveniencia como su potencia prescriptiva. Se comparan los datos obtenidos y las conclusiones aportadas. Se hace especial consideración a las dificultades encontradas, las contradicciones entre el método de análisis y los resultados aportados, entrando en debate sobre la perspectiva cuantitativa/cualitativa, y cualquier otro tema de interés surgido alrededor de los apartados y dimensiones del cuestionario de Camacho 1995. Se aprecia la dificultad de interpretación de la escala empleada en el instrumento, también se cuestionan las diversas técnicas de análisis de una escala de opinión. Se les problematiza la respuesta trivial y se les incita a

la elaboración de un informe escrito donde se sintetice la información, se incita a la interpretación, tanto de la estructura del instrumento empleado como de las respuestas obtenidas.

En relación al ámbito de la Didáctica de las Matemáticas, se plantea la discusión sobre las partes que componen el instrumento, la temática didáctico matemática a la que se refiere. Se evidencia la necesidad de una mayor información sobre las componentes y la ausencia de una visión global del Área de conocimiento de Didáctica de las Matemáticas que las articule. En cada una de las dimensiones se identifica contrasta e interpreta los diversos ítems propuestos. Se cuestiona la conveniencia de agrupaciones diferentes de las temáticas expuestas en el instrumento, es decir se analizan y cuestionan tanto las dimensiones del cuestionario como los ítems que las componen. Se considera la conveniencia de contrastar con el documento donde los autores exponen sus resultados, sobre todo para conocer la intencionalidad del mismo.

Ante la necesidad de información se vuelve sobre el Dossier aportado en este tema (Anexo III) y se señala la obligatoriedad de ciertas lecturas que entroncan con los aspectos Didáctico Matemáticos identificados. Se decide leer 6 documentos (Vergnaud 1990, Fischbein 1990, Solé 1991 o Bishop 1988, Oliveras 1996, Kilpatrick 1995, Rico 1996). Se retoman algunas de las Cuestiones para el Tema I (Anexo III), identificándolas como problemas organizadores de las lecturas. Se puntualiza la necesidad de realizar fichas de lectura individual para su contraste en pequeño grupo como para su puesta en común en el aula. En dichas puestas en común se debate abiertamente sobre las diversas respuestas y legitimidad de los diversos posicionamientos existentes. Esto da lugar a justificar la necesidad intelectual que supone realizar en la ficha de lectura de un doble análisis, externo e interno, al objeto de no “contaminar” la visión del autor con nuestras creencias y concepciones más o menos implícitas.

3: Se realiza una recopilación de los datos de todo el grupo, 49 alumnos, agrupando todos los datos del vaciado por grupos, su objeto es lograr así un primer perfil de las respuestas de todo el grupo de alumnos. Se entra a comentar y debatir los diferentes ítems que han aportado un alto grado de coincidencia, concentrando la respuesta, configurando una tendencia de opinión mayoritaria. Análogamente con los ítems que presentan una mayor dispersión de respuestas, identificando las corrientes de opinión existentes, entrando a plantear hipótesis intuitivas sobre su significado que expliquen y justifique dicha ocurrencia.

Al hilo de la identificación de las diversas tendencias y posicionamientos aparecidos, se entra en debate sobre las propias concepciones de los alumnos, el papel que como ideas previas tiene en una metodología constructivista del conocimiento escolar, y se interpreta desde estas posiciones, el significado que tiene el necesario tratamiento a la diversidad en el curriculum implementado, la viabilidad de la puesta en práctica del mismo, y la posibilidad de trabajar a diversos niveles de profundidad el conocimiento escolar implicado.

4: Recogida del informe escrito de cada uno de los pequeños grupos. Dichos informes los procesarán en profundidad por separado, los dos grupos de alumnos que han elegido realizar su trabajo de grupo sobre esta temática.

5: Elaboración, sobre la base de la propuesta de los alumnos, en tutoría del guión del trabajo sobre Concepciones.

6: Entrega y discusión del trabajo elaborado.

El objeto de este Plan de Acción para nuestro aula de Psicopedagogía, ha sido cuestionar, no el interés de los alumnos sobre la Matemática, sino la necesidad de una reflexión sobre nuestro área de Conocimiento y el interés se presenta por el uso que como Psicopedagogo Profesional en servicio

pueda realizar, no como experto del Desarrollo del Profesor de Matemáticas, pero sí como intermediario entre la realidad del Seminario del Centro de EEMM donde está destinado. Una vez evidenciados los problemas de desarrollo profesional que presenta dicho seminario, tanto de carácter teórico como de desempeño docente, el Psicopedagogo podrá optimizar los recursos formativos disponibles en su contexto local, pudiendo sugerir y asesorar en la elaboración del plan de adaptación a la Reforma que el Seminario de Matemáticas, según el supuesto del que hemos partido, esté acometiendo.

Destacamos el sentido del Psicopedagogo como un intermediario entre las necesidades de un Centro educativo y los recursos Institucionales y Sociales disponibles y se indica la necesidad de proveer de la información necesaria sobre los Centros de Recursos Educativos, la organización y Seminarios de profesores estables del CEP correspondientes, de los Recursos bibliográficos y tecnológicos existentes. También parece pertinente que ha de ser un profesional conocedor de los Grupos estables de Profesores de Matemáticas del entorno cercano dedicados a la indagación, más o menos sistemática, sobre su docencia. Tanto los que se circunscriben como Innovadores puntuales, como Diseñadores de Unidades Didácticas para un determinado nivel educativos para su puesta en práctica, como Experimentadores Curriculares o como Investigadores sistemáticos sobre su propio Aula.

No pretendemos que el Psicopedagogo tenga como misión su capacitación como expertos, para el asesoramiento y formación, en todas las áreas Curriculares, ni sobre los diversos Niveles de la Educación Obligatoria o Postobligatoria; tampoco que su reflexión abarque todas las tipologías de problemáticas educativas posibles (Integración, Diversidad, Concentración escolar, Adecuación a medios desfavorecidos o marginales, o a las diversidades de desarrollo global y cognitivo que los alumnos presenten, niños difíciles, niños prodigio, tratamientos individualizados de los retrasos,...). planteamos que debe ser básicamente una ayuda experta en análisis y diagnóstico educativo, en unas técnicas y estrategias de indagación e interpretación básicas. Deben de estar capacitados para orientar el diseño para el Diagnóstico, la Planificación y el Tratamiento de los diversos Problemas detectados, bien sean de carácter estructural, de gestión y administración, de docencia y hábitos de estudio, de planificación de Centro, Ciclo, Área, etc.

Por tanto ha de ser una persona con iniciativa y autonomía profesional para realizar una búsqueda de centros de recursos y fuentes de información, bien sean de carácter bibliográfico como si se trata de personas expertas en las diversas temáticas significativas de carácter Psico-Didáctico presentes potencialmente en un espacio educativo institucional. Deberá poseer ciertos criterios de selección de los mismos, lo cual origina en nuestro aula la necesidad de buscar información sobre los más relevantes aspectos de la Didáctica de la Matemática, entendida como un conocimiento elaborado de carácter profesional, para dar respuesta a las necesidades y problemáticas surgidas desde la reflexión sobre las diversas tareas que desarrollan el Plan de Acción planteado.

Ciertamente, visto el interés que el análisis global de la resolución de la Escala de Opinión ha despertado, se plantea como trabajo de profundización para los grupos de alumnos que se encuentren interesados en la temática de Indagación sobre la Educación Matemática, sus instrumentos, análisis e interpretaciones posibles. Esto se contextualiza en el compromiso de elaborar a lo largo del desarrollo de los cuatro créditos de la asignatura, por parte de cada uno de los pequeños grupos de alumnos, de un trabajo de profundización, que será considerado para su evaluación positiva como imprescindible.

Las tareas de carácter obligatorio para una evaluación positiva del alumno surgieron de una

primera negociación que siguió a la presentación de la Materia. Se acuerda señalar en cada tema unas materias que se consideraran de carácter obligatorio para dar respuesta a los problemas y necesidades detectadas en cada uno de los temas, correspondiéndose con alguno de los puntos de análisis planteados en el guión de cada Tema (Anexo-). Dar respuesta a estos problemas planteados será el hilo conductor que facilitará a cada pequeño grupo de alumnos ir confeccionando sus propios temas, cumplimentar los diversos epígrafes que constituyen el contenido del mismo, desde una respuesta interpersonal y en base a la reflexión y negociación sociocognitiva. Somos conscientes que tanto las concepciones como los intereses de cada grupo de alumnos van a orientar la formalización del mismo, sin que ello suponga detrimento del nivel de profundización deseado. Esta elaboración es de carácter obligatorio y pasara a engrosar los documentos que cada uno de los grupos de alumnos aportará para su evaluación procesual. En este mismo sentido se aportarán las fichas de lectura, los informes de las tareas desarrolladas en nuestra aula para cada uno de los cuatro temas propuestos.

Bibliografía

Camacho, M., Hernández, J. y Socas, M.M. (1995) Concepciones y actitudes de futuros profesores de secundaria hacia la matemática y su enseñanza: un estudio descriptivo. En Blanco, L. y Mellado, V. (Coord.) *La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Extremadura, Badajoz. (pp. 81-97)